Examen HAVO
2025

tijdvak 1
dinsdag 20 mei
13.30 - 16.30 uur

wiskunde B

Dit examen bestaat uit 18 vragen.
Voor dit examen zijn maximaal 73 punten te behalen.
Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

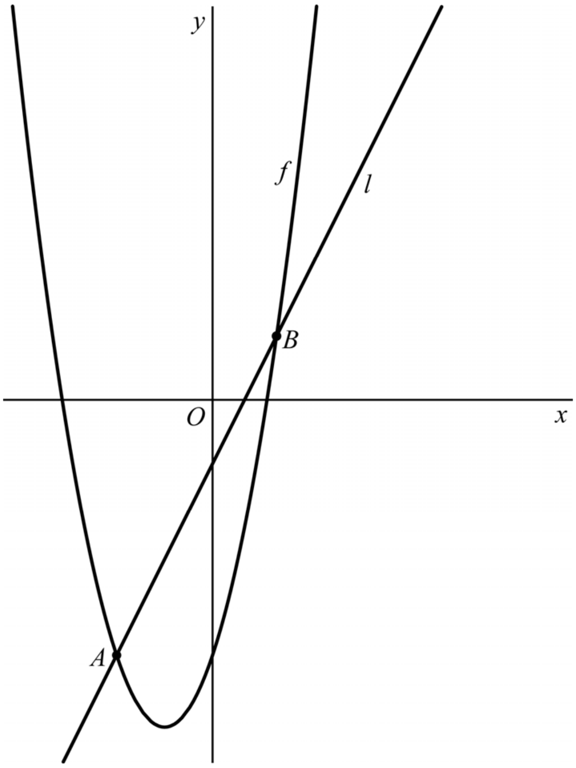
Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

HA-1025-a-25-1-o

Een parabool

De functie f wordt gegeven door $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$. De lijn l met vergelijking $y = 2x - 1$ snijdt de grafiek van f in de punten A en B. Zie figuur 1.

figuur 1



4p **1** Bereken exact de coördinaten van A en B.

Het punt P ligt op de grafiek van f. De raaklijn k aan de grafiek van f in het punt P staat loodrecht op lijn l.

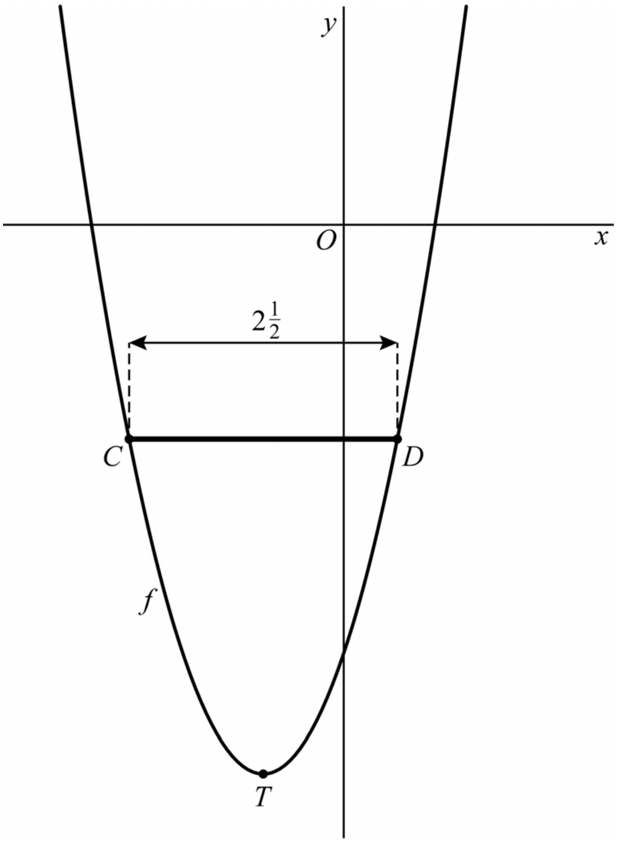
3p **2** Bereken exact de x-coördinaat van P.

De grafiek van f wordt eerst vermenigvuldigd met -1 ten opzichte van de x-as en daarna vermenigvuldigd met -1 ten opzichte van de y-as. Zo ontstaat de grafiek van de functie g.

3p **3** Onderzoek op exacte wijze of het punt $(-\frac{1}{4}, 3)$ op de grafiek van g ligt.

Op de grafiek van f liggen twee punten C en D met dezelfde y-coördinaat. De afstand tussen C en D is $2\frac{1}{2}$. Zie figuur 2.

figuur 2



Het punt T is de top van de grafiek van f.

5p **4** Bereken exact de afstand van T tot lijnstuk CD.

Watertemperatuur

De temperatuur van het zeewater vlak bij het strand 'Playa de San Juan' bij het Spaanse Alicante varieert door het jaar heen. Zie de figuur.
Om deze figuur te kunnen maken, is ruim twintig jaar[1)] lang op dezelfde plek dagelijks de watertemperatuur gemeten. Daarna is van elke dag in het jaar de gemiddelde watertemperatuur berekend. Dit geeft 365 punten in een assenstelsel. Door deze punten kan bij benadering een sinusoïde worden getekend. Deze sinusoïde staat in de figuur.

figuur

Bij de sinusoïde past een formule van de volgende vorm:

$W = d + a\sin(b(t - c))$ (formule 1)

Hierin is W de watertemperatuur in °C en t het dagnummer, met $t = 0$ op 1 januari.

De minimale watertemperatuur is 14°C en deze wordt op 13 februari bereikt ($t = 43$). De maximale watertemperatuur is 26°C en deze wordt op 15 augustus ($t = 226$) bereikt.

4p **5** Bereken mogelijke waarden van a, b, c en d. Geef a, c en d als gehele getallen en b in vijf decimalen.

noot 1 We gaan er in deze opgave van uit dat elk jaar 365 dagen heeft.

Iemand beschrijft de temperatuur van het zeewater in het Nederlandse Bergen aan Zee met de volgende formule:

$$Z = 12 + 6\sin(0{,}0172(t - 150)) \qquad \text{(formule 2)}$$

Hierin is Z de watertemperatuur in °C en t het dagnummer, met $t = 0$ op 1 januari.

Bij het zwemonderdeel van een triatlon zijn deelnemers verplicht een wetsuit te dragen als de watertemperatuur lager dan 16°C is.

Stel dat in Bergen aan Zee een triatlon wordt georganiseerd. Je kunt dan berekenen wat volgens de formule de eerste dag van het jaar is waarop deelnemers aan deze triatlon bij het zwemonderdeel géén wetsuit meer hoeven te dragen.

4p **6** Bereken met formule 2 het dagnummer van die dag.

Drie punten op een grafiek

De functie f wordt gegeven door:

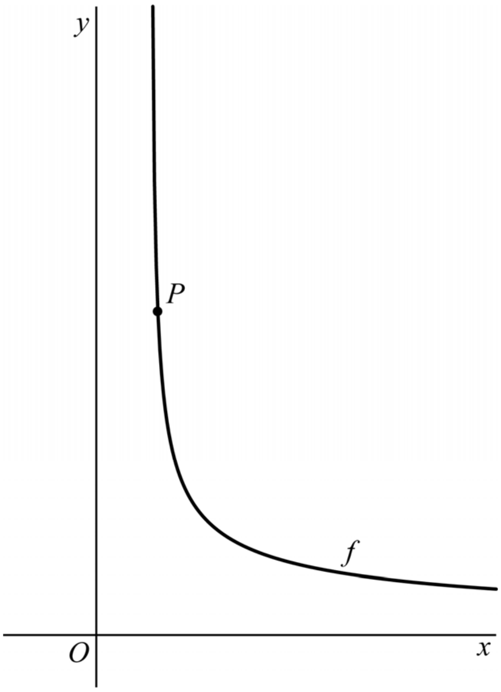
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{6x-2}}$$

De grafiek van f heeft een horizontale asymptoot met vergelijking $y = 0$.
Dit kun je beredeneren met behulp van het functievoorschrift van f.

2p **7** Geef deze beredenering. Het geven van een getallenvoorbeeld of een verwijzing naar een grafiek is niet voldoende.

Het punt P ligt op de grafiek van f. De y-coördinaat van P is 2.
Zie figuur 1.

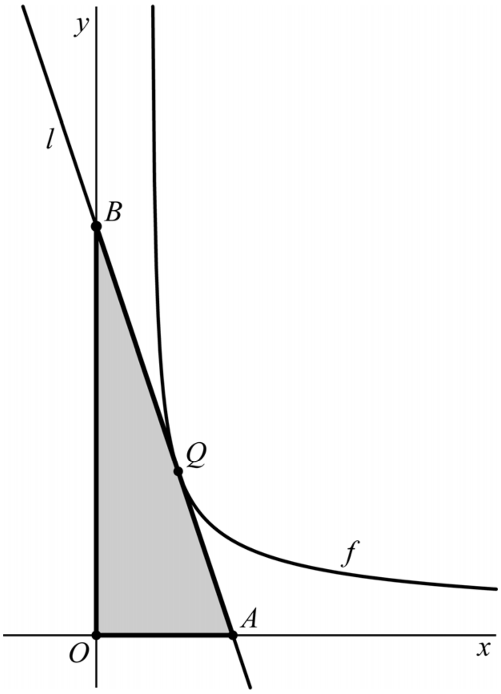
figuur 1



3p **8** Bereken exact de x-coördinaat van P.

Het punt $Q(\frac{1}{2}, 1)$ ligt op de grafiek van f. De lijn l is de raaklijn aan de grafiek van f in Q. Lijn l snijdt de x-as in het punt A en de y-as in het punt B. Zie figuur 2.

figuur 2



7p **9** Bereken exact de oppervlakte van driehoek OAB.

Op de grafiek van f ligt één punt R waarvoor geldt dat de y-coördinaat gelijk is aan het kwadraat van de x-coördinaat.

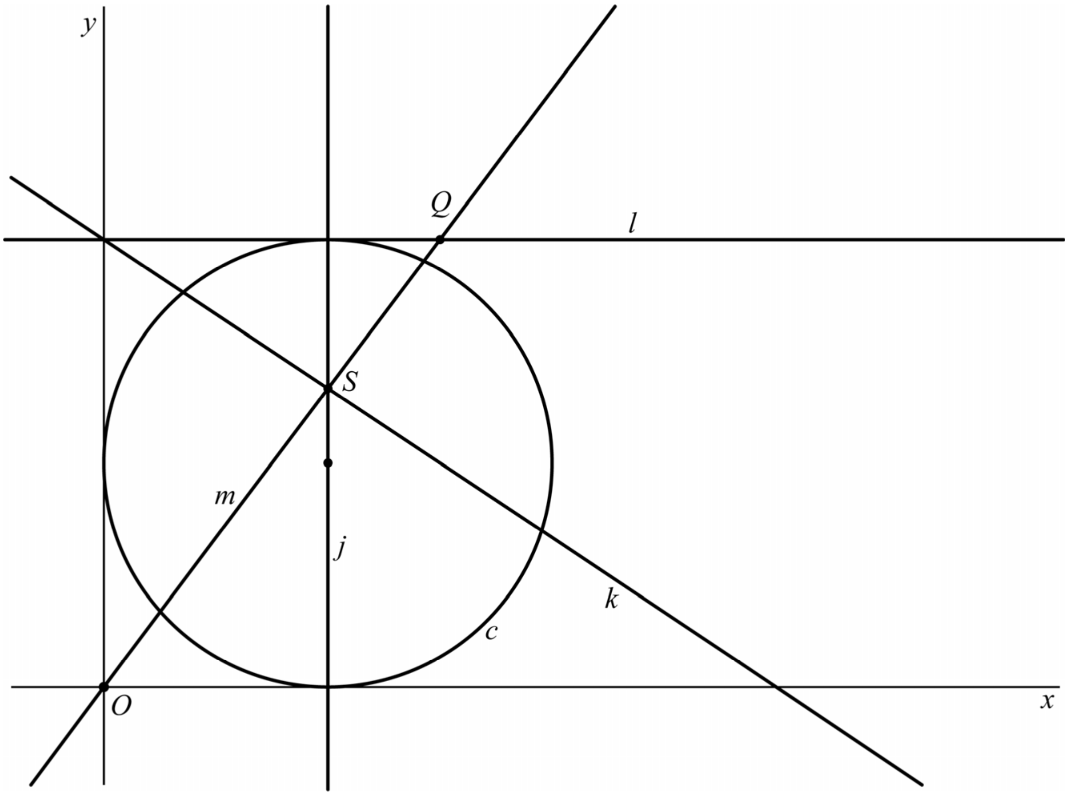
3p **10** Bereken de x-coördinaat van R. Geef je eindantwoord in twee decimalen.

Een cirkel met rakende en snijdende lijnen

De cirkel c heeft vergelijking $(x-4)^2+(y-4)^2=16$.
De lijn j is de verticale lijn door het middelpunt van c.
De lijn k heeft vergelijking $y=-\frac{2}{3}x+8$.
Het punt S is het snijpunt van lijn k en lijn j.

De lijn l heeft vergelijking $y=8$.
De lijn m gaat door O en S en snijdt lijn l in het punt Q.
Zie figuur 1.

figuur 1

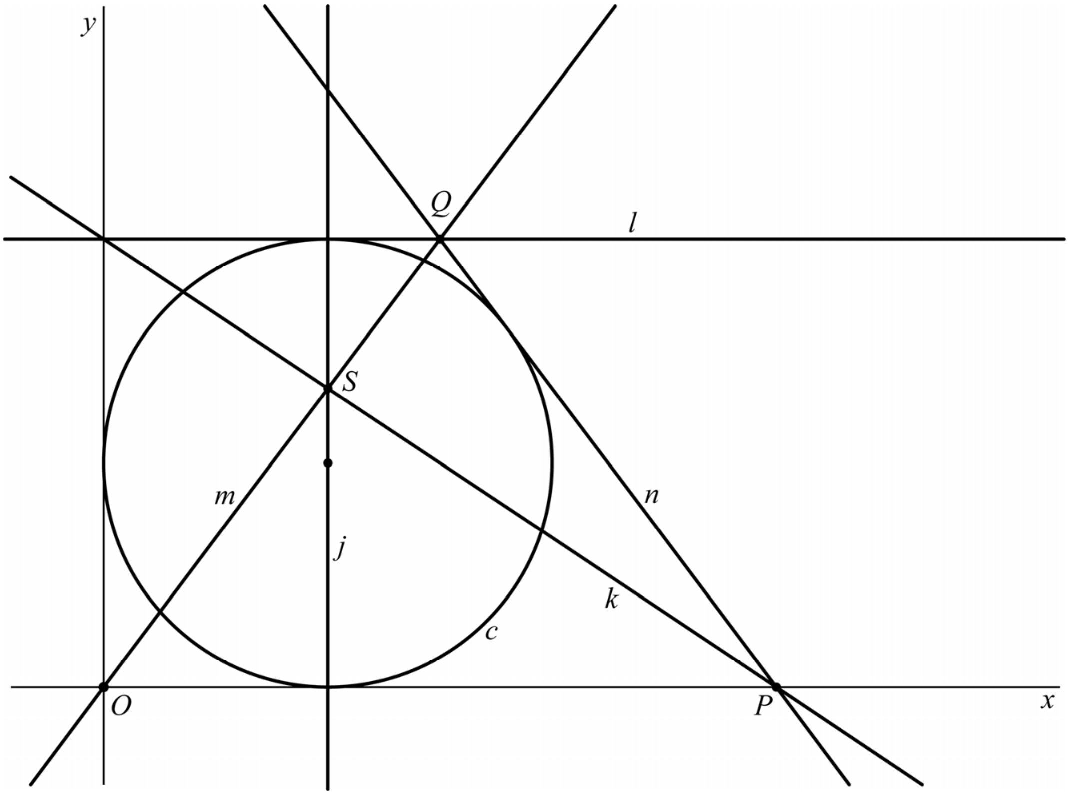


De x-coördinaat van Q is 6.

5p **11** Bewijs dat de x-coördinaat van Q inderdaad gelijk is aan 6.

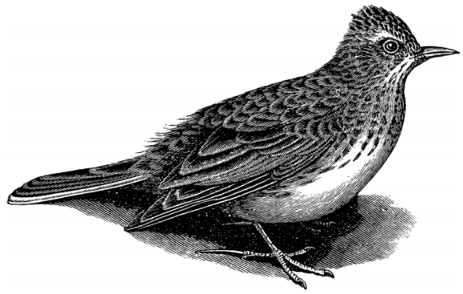
Het punt $P(12, 0)$ is het snijpunt van k met de x-as.
De lijn n is de lijn door P en Q.
Zie figuur 2.

figuur 2



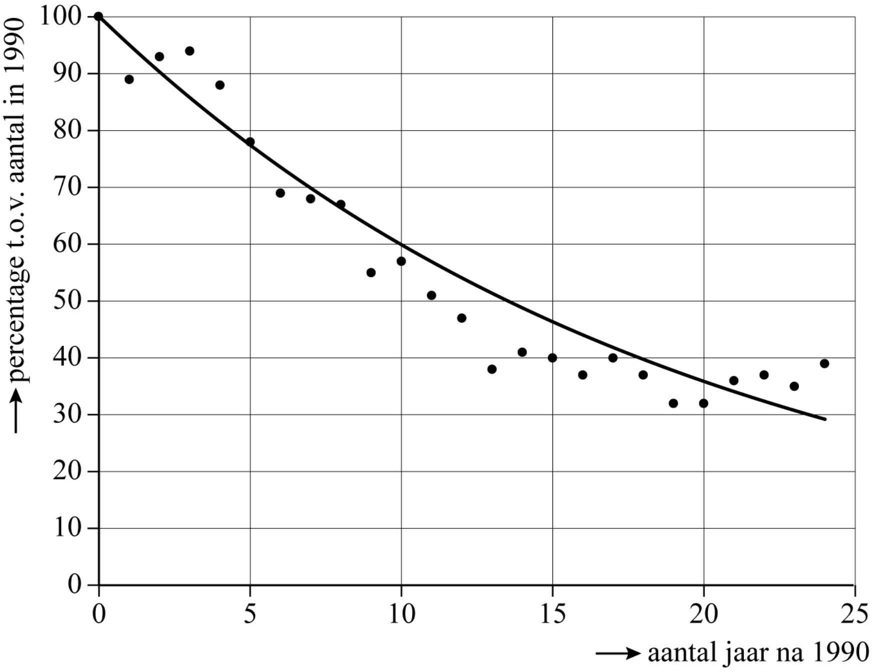
5p **12** Bewijs dat lijn n cirkel c raakt.

De veldleeuwerik



Het aantal veldleeuweriken in Nederland wordt jaarlijks bijgehouden. In de figuur is voor elk jaar in de periode 1990-2014 met een stip het percentage veldleeuweriken aangeven als percentage van het aantal in 1990.
Bij 1990 is dus een stip op hoogte 100 getekend. In deze figuur is bijvoorbeeld af te lezen dat in 2005 het aantal veldleeuweriken 40% van het aantal veldleeuweriken in 1990 bedroeg.

figuur



Het verloop van het percentage veldleeuweriken kan met een exponentieel verband worden benaderd. In de figuur is de grafiek bij dit exponentiële verband getekend. Hierbij wordt uitgegaan van een jaarlijkse afname van het percentage veldleeuweriken met 5%.

Een vogelbeschermer beweert dat volgens dit model in het jaar 2040 minder dan 4% over zal zijn van het aantal veldleeuweriken in 1990.

3p **13** Onderzoek of de uitspraak van de vogelbeschermer juist is.

De metingen voor de periode 1990-2014 kunnen ook worden benaderd met een kwadratisch verband waarvan de grafiek door het punt $(0, 100)$ gaat. Een formule bij dit verband is dus van de vorm $P = at^2 + bt + 100$. Hierin is P het percentage veldleeuweriken ten opzichte van 1990 en t het aantal jaren na 1990.

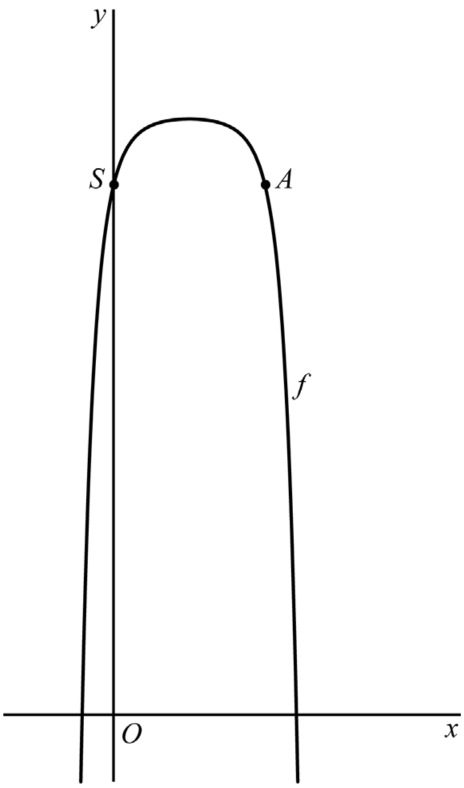
Andere punten op de grafiek van dit kwadratisch verband zijn $(10\,;58{,}66)$ en $(20\,;36{,}52)$. Je kunt hieruit afleiden dat $a = 0{,}10$ en $b = -5{,}09$. Deze twee waarden zijn afgerond, en kunnen nauwkeuriger worden berekend.

4p **14** Bereken algebraïsch de waarden van a en b in drie decimalen.

Dezelfde y-coördinaat

De functie f wordt gegeven door $f(x) = 8 - 2^{3x^2 - 6x}$.
Het punt S is het snijpunt van de grafiek van f met de y-as.
Het punt A is een ander punt op de grafiek van f en heeft dezelfde y-coördinaat als S. Zie de figuur.

figuur

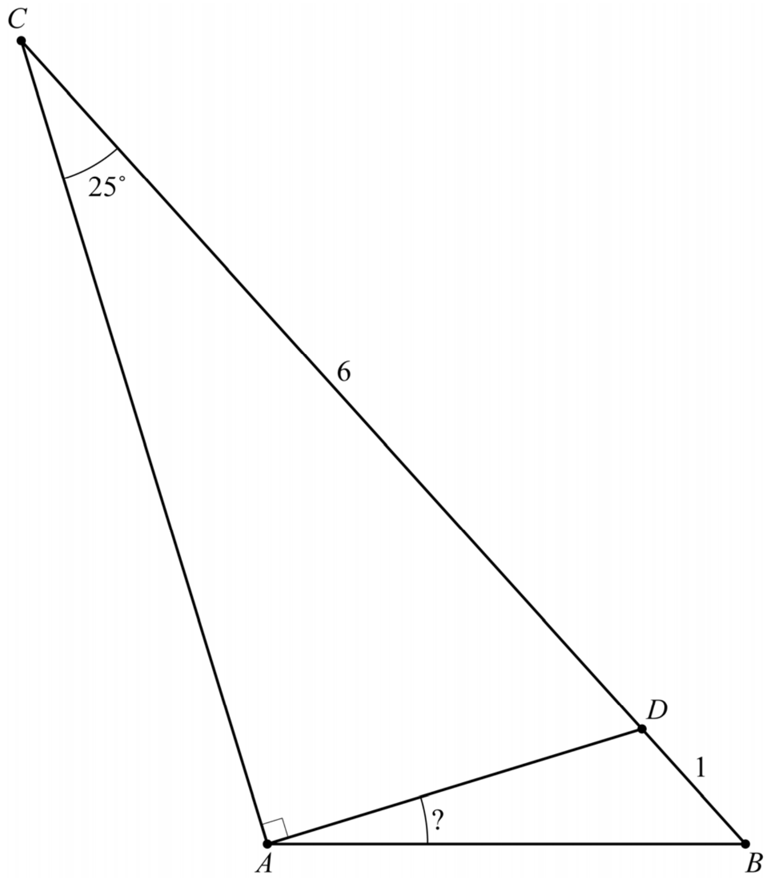


4p **15** Bereken exact de x-coördinaat van A.

Driehoeken

Gegeven is de driehoek ABC met $\angle C = 25°$ en $BC = 7$. Het punt D ligt op zijde BC zó dat $BD = 1$ en $\angle CAD = 90°$. Zie de figuur.

figuur



6p **16** Bereken $\angle BAD$ in graden. Geef je eindantwoord als een geheel getal.

Waterleiding

Een waterleiding is van een bepaald materiaal gemaakt. De sterkte van dit materiaal, de **materiaalsterkte**, neemt door de druk van het water in de waterleiding in de loop van de tijd af. Bij het ontwerp van een waterleiding rekent men daarom met de materiaalsterkte die een leiding na 50 jaar gebruik nog heeft. Deze materiaalsterkte wordt aangegeven met S_{50}.

Voor de materiaalsterkte van een bepaalde kunststof waterleiding geldt de volgende formule:

$$S_t = {}^{0,427}\log(t) + 12,9 \text{ met } t \geq 1$$

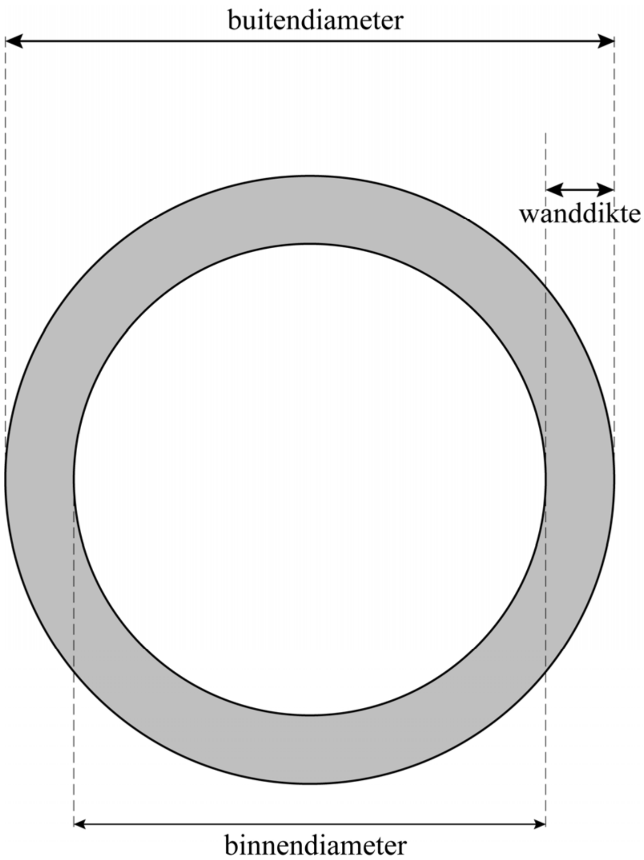
Hierin is:
- t het aantal jaar dat de leiding in gebruik is;
- S_t de materiaalsterkte na t jaar gebruik in N/mm^2.

De eerste onderhoudsinspectie vindt plaats zodra de materiaalsterkte is afgenomen tot een waarde die 20% hoger ligt dan S_{50}.

4p **17** Bereken algebraïsch na hoeveel jaar gebruik de eerste onderhoudsinspectie plaatsvindt. Geef je eindantwoord in één decimaal.

De wand van een waterleiding moet dik genoeg zijn om tegen de maximale waterdruk in de waterleiding bestand te zijn.
In de figuur is een dwarsdoorsnede van een cilindervormige waterleiding weergegeven, waarin aangegeven is wat met buitendiameter, binnendiameter en wanddikte bedoeld wordt.

figuur



De minimale wanddikte van een bepaalde cilindervormige waterleiding kan berekend worden met de volgende formule:

$$w = \frac{P \cdot D}{14 + P}$$

Hierin is:
- w de minimale wanddikte in mm;
- D de buitendiameter in mm;
- P de maximale waterdruk in N/mm^2.

Voor deze waterleiding gelden bij een nieuwbouwproject de volgende ontwerpeisen:
- De maximale waterdruk is 1,75 N/mm^2.
- De binnendiameter is 312,9 mm.

4p **18** Bereken in dit geval de minimale wanddikte w van de waterleiding in hele millimeters.

Bronvermelding
Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift.