College voor Examens

WISKUNDE B
VWO

Syllabus bij het conceptexamenprogramma
Werkversie 2

September 2012

Centrale examens VO

Colofonpagina:

Voorwoord

In het kader van de vernieuwing van het onderwijs in de bètavakken in havo en vwo heeft het ministerie van OCW aan cTWO, de vernieuwingscommissie voor wiskunde, onder meer gevraagd een advies uit te brengen over beproefde examenprogramma's. CTWO heeft daartoe experimentele examenprogramma's opgesteld, die met ingang van het schooljaar 2009/2010 in een pilot op een aantal scholen uitgevoerd worden. Het betreft concept examenprogramma's die niet voor 2014 landelijk worden ingevoerd.

Ter ondersteuning van de voorbereiding op het centraal examen van deze pilot heeft het College voor Examens (CvE) drie syllabuscommissies ingesteld die de opdracht kregen voor elk examenprogramma een specificatie van de in het centraal examen te toetsen domeinen en subdomeinen te formuleren. De syllabi geven in detail aan wat gekend en gekund moet worden en als zodanig in het CE getoetst kan worden. Een syllabus geeft geen aanwijzingen ten aanzien van welke stof op welke manier onderwezen moet worden.

Deze syllabus heeft nog geen definitieve status. Hij dient de scholen die aan de examenexperimenten deelnemen voldoende houvast te bieden bij de pilot waar zij aan deelnemen. Om die reden draagt de syllabus de toevoeging *Werkversie*. De werkversies van de syllabi wiskunde zijn de basis voor de pilot waarin de haalbaarheid, onderwijsbaarheid en toetsbaarheid van de nieuwe examenprogramma's worden onderzocht.

In deze werkversie 2 is in domein C2 een specificatie toegevoegd, om deze gelijk te trekken met de voorbeeldexamenopgaven en de praktijk op de pilotscholen.

De werkversies van de syllabi wiskunde zijn ook nog niet compleet. Zo ontbreken de voorbeelden van toetsvragen nog, waarmee het karakter van de CE-bevraging bij de nieuwe examenprogramma's wordt geïllustreerd. Op dit terrein moet nog werk worden verzet. Het ligt in de bedoeling deze onderdelen in oktober 2010 (havo) en januari 2011 (vwo) aan de werkversies van de syllabi toe te voegen.

Jacqueline Wooning
clustermanager h/v exacte vakken
College voor Examens

Inhoudsopgave

1. Inleiding

Deze werkversie syllabus geeft informatie ten behoeve van de voorbereiding op het centraal examen vwo wiskunde B, met name nadere specificatie van de globale eindtermen van dat deel van het experimentele examenprogramma dat centraal getoetst wordt.
De specificaties voor vwo wiskunde B in deze werkversie syllabus zijn opgesteld door de syllabuscommissie wiskunde B. Bij deze specificaties zijn voorbeeldopgaven opgenomen ter verduidelijking. Dit zijn geen voorbeeldexamenopgaven, ze zijn ook niet bedoeld als toetsopgaven voor leerlingen.
De syllabuscommissie heeft bij het opstellen van deze specificatie de uitgangspunten van cTWO en de uitvoerbaarheid van het programma als leidraad genomen. Afstemming met de syllabuscommissies voor wiskunde A en C heeft waar mogelijk plaatsgevonden, in sommige gevallen bleek dat echter niet wenselijk. Zo zijn de specificaties bij wiskunde B wat anders gestructureerd dan bij wiskunde A en C, dit hangt samen met het hogere abstractieniveau dat van leerlingen bij wiskunde B verwacht wordt.

De vernieuwingscommissie cTWO heeft de volgende uitgangspunten geformuleerd voor het examenprogramma vwo wiskunde B.

- De *doelgroep* van dit vak wordt gevormd door leerlingen die het profiel NT volgen en leerlingen in de profielen EM en NG die wiskunde B kiezen in plaats van wiskunde A.
- Het vak bereidt voor op *universitaire vervolgstudies* met een exacte signatuur, zoals bètawetenschappen, technische wetenschappen en econometrie. Inhoudelijk ligt de nadruk op analyse en meetkunde, met ruime aandacht voor algebraïsche vaardigheden, formulevaardigheden, redeneren, bewijzen en toepassen in authentieke situaties.
- *Wiskundige samenhang* tussen de verschillende delen van een programma is om meerdere redenen van belang. Ten eerste suggereert een verbrokkeld programma ten onrechte dat de wiskunde zelf verbrokkeld is. Ten tweede biedt interne samenhang een handvat voor het lastige probleem van transfer binnen het vak zelf, door kennis en vaardigheden die in één situatie opgedaan zijn binnen een ander deelgebied van de wiskunde toe te passen. Ten slotte maken de dwarsverbanden een rijke collectie opgaven mogelijk waarmee het inzicht van de leerling beter te stimuleren en te toetsen is.
- De *samenhang met andere exacte vakken*, zoals wiskunde D, NLT, natuurkunde, scheikunde en biologie, is een punt van aandacht. Het rapport van de werkgroep Afstemming Wiskunde-Natuurkunde (zie www.ctwo.nl) bevat voor wat betreft de samenhang met natuurkunde een aantal concrete voorstellen.
- Gezien het karakter van wiskunde B is het gewenst dat *contexten* bijdragen aan de versterking van de inwendige structuur en samenhang van de verschillende onderdelen van het programma. Brede contexten, bijvoorbeeld uit natuurkunde (mechanica, optica) of techniek, die bijdragen aan een intuïtief denkmodel, verdienen de voorkeur. Geschikte contexten zijn aanleiding tot abstractie en tot de vorming van wiskundige concepten. Daarnaast kunnen contexten uit de wereld van wetenschap, techniek of beroepspraktijk bijdragen aan de realisatie van de zogeheten 'blik naar buiten', waar cTWO in haar visiedocument een lans voor breekt.

In deze syllabus treft u aan

- nadere informatie over het centraal examen (hoofdstuk 2);
- de specificaties van globale eindtermen die in het centraal examen getoetst dienen te worden, met voorbeeldopgaven waar de commissie dat wenselijk acht (hoofdstuk 3);
- een hoofdstuk over algebraïsche vaardigheden, met voorbeelden (hoofdstuk 4);
- het experimentele examenprogramma voor vwo wiskunde B (bijlage 1);
- lijst van formules die in het examen wordt opgenomen (bijlage 2);
- voorbeeld examenopgaven, dan wel voorbeeldexamen (bijlage 3) **PM**.

2. Het centraal examen en het schoolexamen

2.1 Verdeling van de examenstof

Het centraal examen
Het centraal examen heeft betrekking op de domeinen B, C, D en E in combinatie met de vaardigheden uit domein A.
Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast.

Het schoolexamen
Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A en
- domein F;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

In schema:

Domein	in CE	moet in SE	mag in SE
A Vaardigheden	X	X	
B Formules, functies en grafieken	X		X
C Differentiaal- en integraalrekening	X		X
D Goniometrische functies	X		X
E Meetkunde met coördinaten	X		X
F Keuzeonderwerpen		X	

Een globale formulering van eindtermen van alle subdomeinen (het examenprogramma) staat in bijlage 1.
Van de (sub)domeinen die in het centraal examen worden getoetst staat een gedetailleerdere beschrijving in hoofdstuk 3.

2.2 Hulpmiddelen

Bij het centraal schriftelijk eindexamen mogen de kandidaten gebruik maken van een grafische rekenmachine. Door het CvE wordt jaarlijks een lijst van toegestane grafische rekenmachines gepubliceerd.
In Bijlage 2 is een overzicht opgenomen van de formules die in het examen worden opgenomen.

2.3 Vakspecifieke regels correctievoorschrift

significantie
Er wordt van de kandidaten niet verlangd dat zij kennis hebben van de regels voor het aantal significante cijfers. Daarom wordt bij de vragen van het centraal examen aangegeven in welke nauwkeurigheid het antwoord dient te worden gegeven of er wordt genoegen genomen met antwoorden in uiteenlopende aantallen decimalen.

basiskennis
Het examenprogramma bouwt voort op de veronderstelde basiskennis van de onderbouw vwo..

ICT
In het centraal examen wordt met ICT de grafische rekenmachine bedoeld.

3. Specificaties van de globale eindtermen voor het CE

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden
De eindterm in dit subdomein heeft betrekking op vaardigheden die van belang zijn voor alle examenvakken, de wiskunde in het bijzonder.

1 *De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.*

De kandidaat kan
1.1 doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken;
1.2 adequaat schriftelijk rapporteren over onderwerpen uit de wiskunde;

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden
De eindterm in dit subdomein heeft betrekking op vaardigheden die van belang zijn voor de profielvakken waarin de kandidaat examen doet, de wiskunde in het bijzonder.

2 *De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar het oorspronkelijke probleem terugvertalen.*

De kandidaat kan
2.1 een probleemsituatie in een wiskundige, natuurwetenschappelijke of maatschappelijke context analyseren, gebruik makend van relevante begrippen en theorie vertalen in een vakspecifiek onderzoek, dat onderzoek uitvoeren, en uit de onderzoeksresultaten conclusies trekken;
2.2 een realistisch probleem in een context analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een wiskundig model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen;
2.3 met gegevens van wiskundige en natuurwetenschappelijke aard consistente redeneringen opzetten;

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden
De eindterm in dit subdomein heeft betrekking op vaardigheden die specifiek van belang zijn voor het programma wiskunde vwo B.

3 *De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige, algebraïsche en deductieve vaardigheden en kan de bewerkingen uitvoeren zonder ICT en waar nodig met ICT-hulpmiddelen.*

De kandidaat
3.1 beheerst de regels van de rekenkunde en algebra zonder ICT-middelen;
3.2 heeft inzicht in wiskundige notaties en formules en kan daarmee kwalitatief redeneren;
3.3 kan wiskundige begrippen in vakspecifieke taal en terminologie interpreteren en produceren, inclusief formuletaal, conventies en notaties;
3.4 kan bij het raadplegen van wiskundige informatie, bij het verkennen van wiskundige situaties, bij wiskundige redeneringen en bij het uitvoeren van wiskundige berekeningen gebruik maken van geschikte ICT-middelen waaronder de grafische rekenmachine;
3.5 kan de correctheid van redeneringen verifiëren;
3.6 kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren op wiskundige juistheid.

Domein B: Formules, functies en grafieken (180 slu)

Subdomein B1: Formules en functies

4. *De kandidaat kan formules interpreteren en bewerken, bij een verband tussen twee variabelen een grafiek tekenen in een assenstelsel en bepalen of een gegeven formule herschreven kan worden als functievoorschrift.*

De kandidaat kent:

- de voorwaarden waaronder een verband een functie is.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
4.1 formules combineren tot een nieuwe formule;
4.2 een formule herschrijven tot een gelijkwaardige formule;
4.3 een formule in voorkomende gevallen beschouwen als een functievoorschrift;
4.4 bij een verband tussen twee variabelen een grafiek tekenen in een assenstelsel;
4.5 de structuur van een formule analyseren.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
4.6 een formule interpreteren, zowel in een wiskundige als een niet wiskundige context;
4.7 bij een verband, afhankelijk van de probleemstelling, bepalen welke variabele als onafhankelijk en welke als afhankelijk beschouwd wordt.

Subdomein B2: Standaardfuncties

5. De kandidaat kan grafieken tekenen en herkennen van de volgende standaardfuncties: machtsfuncties met rationale exponenten, exponentiële functies, logaritmische functies, goniometrische functies en de absolute-waardefunctie en kan van deze verschillende typen functies de karakteristieke eigenschappen benoemen en gebruiken

De kandidaat kent:

- de begrippen die karakteristieke eigenschappen van functies en hun grafieken beschrijven: domein, bereik, stijgen, dalen, toenemend en afnemend stijgen en dalen, extremen, minimum, maximum, snijpunt met de x-as, snijpunt met de y-as, puntsymmetrie, lijnsymmetrie en asymptotisch gedrag;
- de grafieken en karakteristieke eigenschappen van machtsfuncties met rationale exponenten ($f(x) = x^p$);
- de grafieken en karakteristieke eigenschappen van exponentiële functies ($f(x) = a^x$) en van logaritmische functies ($f(x) = {}^a\log x$), beide ook met grondtal e en in verband hiermee de begrippen grondtal en exponent;
- de grafieken en karakteristieke eigenschappen van goniometrische functies ($f(x) = \sin x,\ f(x) = \cos x \text{ en } f(x) = \tan x$) en in verband hiermee de volgende extra begrippen: radiaal, periode, amplitude, evenwichtsstand en frequentie;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de absolute-waardefunctie ($f(x) = |x|$);
- bij exponentiële groeiprocessen de begrippen beginwaarde, groeifactor, verdubbelingstijd en halveringstijd;
- het gebruik van machtsfuncties bij machtsverbanden;
- het begrip parameter.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
5.1 van elk van bovengenoemde standaardfuncties de grafiek tekenen zonder hulp van de GR en daarbij gebruik maken van de karakteristieke eigenschappen van de functie en haar grafiek;
5.2 de grafiek van een standaardfunctie herkennen;

5.3 bij een grafiek van een standaardfunctie het functievoorschrift opstellen;
5.4 de grafiek van een standaardfunctie beschrijven door de genoemde begrippen te hanteren.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
5.5. de karakteristieke eigenschappen van bovengenoemde functies en grafieken gebruiken bij het oplossen van problemen.

Subdomein B3: Functies en grafieken
6 *De kandidaat kan functievoorschriften opstellen, bewerken, combineren, de bijbehorende grafieken tekenen en aan de hand van een functievoorschrift zonder hulpmiddelen kwalitatieve uitspraken doen over de functie en haar grafiek.*

De kandidaat kent:
- de begrippen transformatie, verschuiven (translatie) en lijnvermenigvuldiging;
- het begrip samengestelde functie als combinatie van (standaard-)functies;
- de begrippen kettingfunctie (geschakelde functie), som-, verschil-, product- en quotiëntfunctie.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
6.1 op een grafiek transformaties uitvoeren: translatie en/of lijnvermenigvuldiging ten opzichte van x- of y-as;
6.2 het functievoorschrift vinden dat hoort bij een nieuwe grafiek die is ontstaan na transformatie van een gegeven grafiek;
6.3 de samenhang tussen de transformatie en de verandering van het bijbehorende functievoorschrift beschrijven en interpreteren.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
6.4 functievoorschriften combineren (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, schakelen) en de bijbehorende grafiek beschrijven;
6.5 het gedrag van een samengestelde functie voorspellen vanuit de functies die gecombineerd worden;
6.6 voor functies kwalitatieve uitspraken doen over domein, bereik, stijgen, dalen, extremen, horizontale, verticale en scheve asymptoten, symmetrie, periode, amplitude en de ligging van snijpunten met de coördinaatassen;
6.7 een in een context beschreven verband vertalen in een passend functievoorschrift.

Subdomein B4: Inverse functies
7. De kandidaat kan het begrip inverse functie hanteren en de inverse van een functie gebruiken bij het oplossen van problemen.

De kandidaat kent:
- het begrip inverse functie;
- de inverse functies van de machtsfuncties, de exponentiële functies en de logaritmische functies;
- de voorwaarden waaronder een functie een inverse functie heeft.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
7.1 van een functie de grafiek van de inverse functie tekenen en daarbij correct omgaan met de begrippen domein en bereik.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
7.2 bij een functie in voorkomende gevallen het functievoorschrift van de inverse functie opstellen;
7.3 de eigenschappen van de inverse functie en haar grafiek interpreteren binnen de context van een probleem.

Subdomein B5: Vergelijkingen en ongelijkheden

8. *De kandidaat kan vergelijkingen en ongelijkheden algebraïsch oplossen*

De kandidaat kent
- de begrippen lineaire en kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden;
- het onderscheid tussen algebraïsch oplossen en andere oplossingsmethoden;
- de rekenregels voor machten en voor logaritmen.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
8.1 lineaire en kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden algebraïsch oplossen;
8.2 vergelijkingen en ongelijkheden met standaardfuncties algebraïsch oplossen: $\sin x = c;\ \cos x = c;\ \tan x = c,\ {}^{g}\log x = c;\ a^{x} = c;\ x^{a} = c;\ |x| = c$ plus de bijbehorende ongelijkheden;
8.3 de rekenregels voor machten en logaritmen correct gebruiken bij het oplossen van vergelijkingen en ongelijkheden;
8.4 stelsels van twee vergelijkingen oplossen.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
8.5 vergelijkingen en ongelijkheden in verband brengen met functies en hun grafieken;
8.6 de eigenschappen van functies en hun grafieken gebruiken bij het oplossen van vergelijkingen en ongelijkheden;
8.7 oplossingen van een vergelijking of ongelijkheid interpreteren, ook in een niet wiskundige context.

Subdomein B6: Asymptoten en limietgedrag van functies

9. *De kandidaat kan het asymptotisch gedrag van functies bepalen en dit met limietberekening aantonen.*

De kandidaat kent
- het begrip limiet in verband met het gedrag van een functie;
- de begrippen linker- en rechterlimiet;
- het begrip perforatie;
- de begrippen horizontale, verticale en scheve asymptoot van de grafiek van een functie;
- het asymptotisch gedrag van de standaardfuncties.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
9.1 in eenvoudige gevallen asymptoten van grafieken van functies bepalen.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
9.2 met behulp van limieten onderzoek doen naar horizontale, verticale en scheve asymptoten van grafieken van functies;
9.3 onderzoek doen naar linker- en rechterlimieten en naar perforaties.

Voorbeeldopgaven bij domein B

Subdomein B1

1. Gegeven is het volgende verband tussen a en b: $4a + b = ab + 20$.
   a. Schrijf a als functie van b en teken de grafek.
   b. $T = \dfrac{8}{b-4}$. Toon aan dat T een eerstegraadsfunctie van a is.

2. De functie f is gegeven door $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

   Toon aan dat het functievoorschrift van f te schrijven is als $f(x) = 1 - \dfrac{2}{e^x + 1}$.

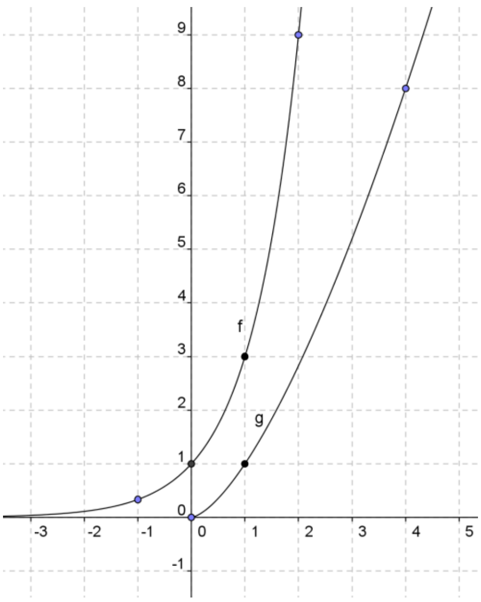
3. Gegeven is het volgende verband tussen x en y: $|x| + |y| = 4$.
   a. Teken de grafiek bij dit verband.
   b. Kan dit verband herschreven worden als een functievoorschrift?
   c. Dezelfde vragen voor $|x| + y = 4$ en voor $x + |y| = 4$.

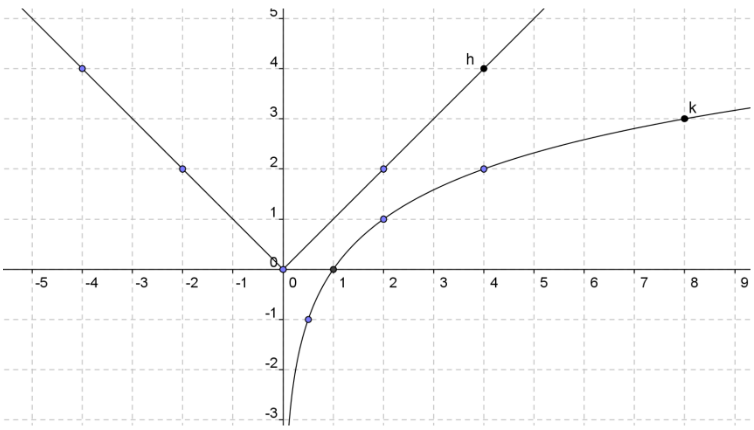
4. Teken de grafieken bij de volgende verbanden:
   a. $2x + 4y = 6$ b. $x^2 + 4y = 6$ c. $2x^2 + 2y^2 = 8$

Subdomein B2

5. Beschrijf de karakteristieke eigenschappen (domein, bereik, extremen, snijpunten van de grafiek met de x- en y-as, symmetrie van de grafiek en eventuele asymptoten van de grafiek) van de functies gegeven door:
   a. $f(x) = 0,5^x$ b. $f(x) = x^3$ c. $f(x) = {}^2\log(x)$
   d. $f(x) = \tan(x)$ e. $f(x) = |x|$

6. In de twee figuren zijn de grafieken van vier standaardfuncties getekend : f, g, h en k. Stel bij elk van deze functies het bijbehorende functievoorschrift op.





7. De functie f is gegeven door $f(x) = 1 - \dfrac{2}{e^x + 1}$. Toon aan dat dit een stijgende functie is.

8. De functie f is gegeven door $f(x) = \dfrac{10}{6 + 2\sin x}$. Bepaal het bereik van deze functie.

9. In de nucleaire geneeskunde worden verschillende radioactieve stoffen gebruikt. De radioactiviteit van deze stoffen neemt exponentieel af. De stof Iridium-192 heeft een groeifactor van 0,9907 per dag.
   a. Hoeveel procent van de oorspronkelijke radioactiviteit van Iridium-192 is er na een jaar over?
   b. Na hoeveel dagen is er nog 80% van de oorspronkelijke radioactiveit van Iridium-192 over?

   De stof Kobalt-60 heeft een halveringstijd van 5,27 jaar.
   c. Stel een formule op voor de radioactiviteit *R* van Kobalt-60 als functie van de tijd *t* (*t* in jaren). Neem als beginwaarde 100.

Subdomein B3

10. De functie f is gegeven door $f(x) = x^2 + 4x$.
    a. Teken de grafiek.
    b. Verschuif de grafiek van f 5 naar rechts en 2 omhoog.
       Teken de nieuwe grafiek en stel daarbij het functievoorschrift op.
    c. Vermenigvuldig de grafiek van f t.o.v. de *y*-as met 2.
       Teken de nieuwe grafiek en stel daarbij het functievoorschrift op.
    d. Spiegel de grafiek van f in de *y*-as.
       Teken de nieuwe grafiek en stel daarbij het functievoorschrift op.

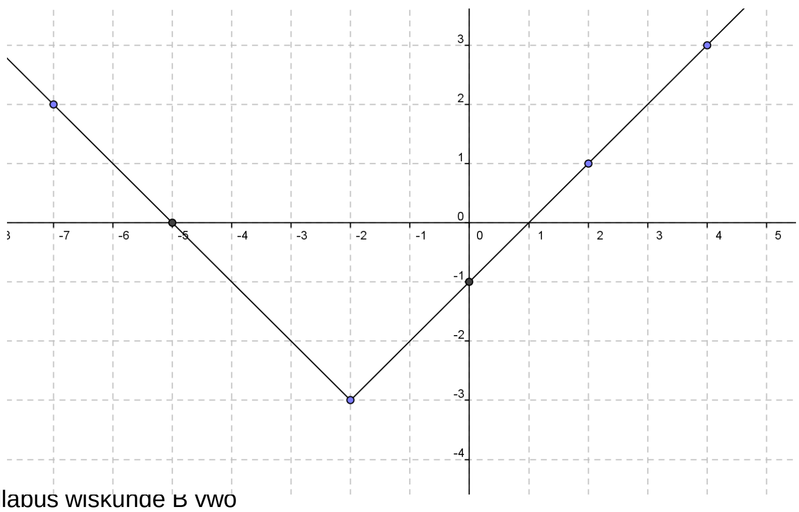
11. De functie f is gegeven door $f(x) = \frac{1}{2}x + \dfrac{x}{e^x - 1}$.

    Toon aan dat de grafiek van *f* symmetrisch is t.o.v. de *y*-as.

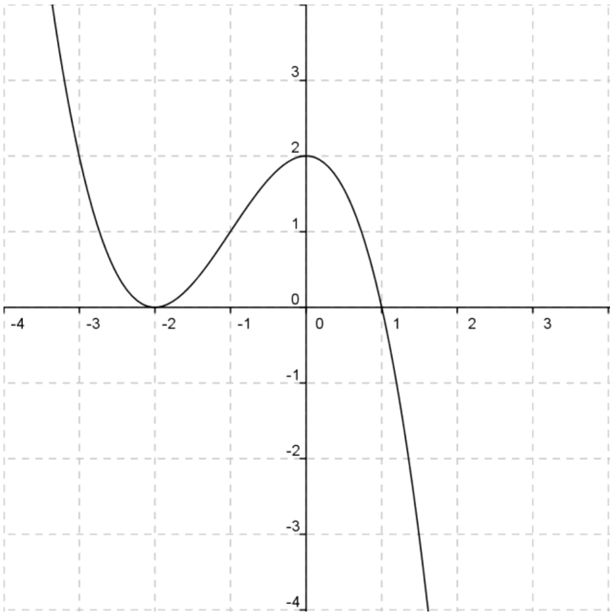
12. De functie f is gegeven door $f(x) = 1 - \dfrac{2}{e^x + 1}$. De grafiek van deze functie is puntsymmetrisch t.o.v. een punt dat op de x-as ligt. Bewijs dat.

13. In de figuur hieronder zie je de grafiek van een functie f.
    a. Stel het functievoorschrift van f op.

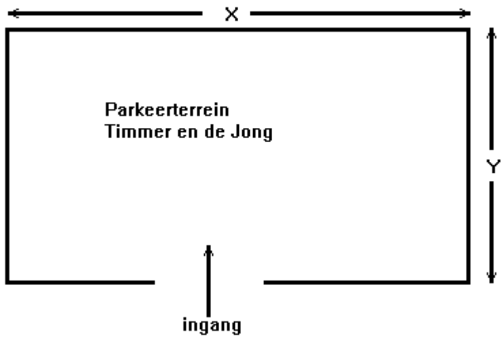
    Het gedeelte van de grafiek dat onder de x-as ligt, wordt gespiegeld in de x-as.
    Zo ontstaat (samen met het gedeelte dat niet gespiegeld wordt) de grafiek van een functie g.
    b. Stel het functievoorschrift van g op.



14. Hiernaast zie je de grafiek van de derdegraadsfunctie f gegeven door $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2(x-1)$.
De functie g is gedefinieerd door
$$g(x) = \frac{1}{f(x)}.$$
   a. Beredeneer welke asymptoten de grafiek van g heeft.
   b. Beredeneer welke toppen de grafiek van g heeft.
   c. Beredeneer hoe de plaats van de snijpunten van de grafieken van f en g gevonden kan worden.
   d. Schets in deze figuur met behulp van de resultaten van de vragen a, b en c de grafiek van g.



15. Supermarkt Timmer en De Jong gaat bij het nieuwe filiaal in Hardinxveld een parkeerterrein aanleggen van 1000 m^2. Het terrein wordt rechthoekig. Aan de kant van de ingang komt een afrastering met stenen paaltjes. De aanleg hiervan kost € 150,- per meter. De ingang zelf is 6 meter breed en kost € 3.000,-. Aan de andere drie kanten van het terrein komt een hekwerk dat € 100,- per meter kost. Het bestraten van het terrein kost € 80,- per m^2. De totale kosten (in euro) voor de aanleg noemen we *K*. De lengte en breedte x en y zijn in meter. Zie voor de betekenis van x en de y de tekening.



   a. Toon aan dat K = 96 350 als x = 25.
   b. De formule voor de kostenfunctie K kan geschreven worden in de vorm
$$K = a + bx + \frac{c}{x}$$. Hierin zijn a, b en c constanten.
Bereken a, b en c.

16. (Naar examen VWO Wiskunde B1 2001)
Een chauffeur moet met een vrachtwagen een traject van 100 km rijden. Zijn firma wil weten bij welke snelheid v (in km/uur) de totale vervoerskosten T (in euro) het laagst zijn. De vrachtwagen verbruikt bij een snelheid van 60 km/uur voor elke kilometer ½ liter brandstof. Bij toename van de snelheid neemt het verbruik exponentieel toe: bij elke toename van de snelheid *v* met 10 km/uur stijgt het verbruik per kilometer met 10%.
Het arbeidsloon van de chauffeur is 45 euro per uur.
De brandstofkosten zijn 1,50 euro per liter.
De totale vervoerskosten T bestaan uit brandstofkosten en het arbeidsloon van de chauffeur.
   a. Toon aan dat de totale vervoerskosten T over het traject van 100 km bij een snelheid van 80 km/uur 147 euro bedragen.
   b. Stel een formule op die T geeft als functie van de snelheid v.

Subdomein B4

17. Stel de functievoorschriften op van de inverse functie van :

a. $y = 4 \cdot (x-3)^5 - 10$ b. $y = 100 \cdot 0{,}95^x$

c. $y = \dfrac{40}{x^2+20}$ ($x \geq 0$) d. $y = 5 + {}^{3}\log(2x-1)$

18. De functie f is gegeven door $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$.
   a. Toon aan dat f een inverse functie heeft
   b. Stel het functievoorschrift op van deze inverse functie.

Subdomein B5

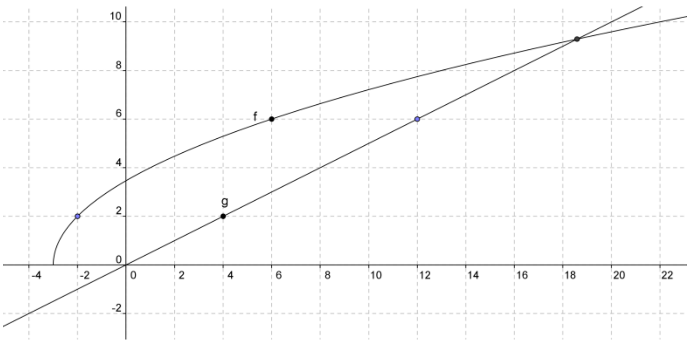
19. Los exact op :

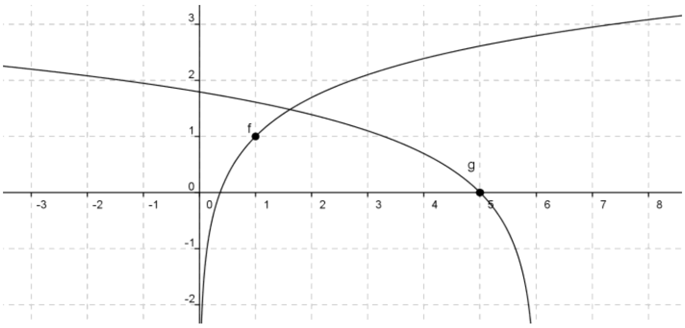
a. $(x+6)(x^2+1) = (x+3)(x+2)$ b. $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{42}{x^3} = 0$

c. $3e^{2x} + 2e^x - 1 = 0$ d. $3 + {}^{2}\log(x) = 2 \cdot {}^{2}\log(7)$

20. Gegeven is: $125^a \cdot 5^6 = \frac{1}{5} \cdot 25^a$. Bereken algebraïsch de exacte waarde van a.

21. De functies f en g zijn gegeven door $f(x) = \sqrt{4x+12}$ en $g(x) = \frac{1}{2}x$. Hiernaast zijn in één figuur de grafieken van f en g getekend
   Los exact op: $f(x) \geq g(x)$.





22. De functies f en g zijn gegeven door $f(x) = 1 + \ln(x)$ en $g(x) = \ln(6-x)$.
   Hiernaast zijn in één figuur de grafieken van f en g getekend
   Los exact op: $f(x) > g(x)$.

23. De lijnen l en m zijn gegeven door de vergelijkingen $l: 2x - 3y = 10$ en $m: 3x + py = 7$. Hierin is p een constante.
   a. De lijnen l en m snijden elkaar in een punt met x-coördinaat 8. Bereken p.
   b. De lijnen l en m zijn evenwijdig. Bereken p.

24. Gegeven is het stelsel vergelijkingen: $x^2 + y^2 = 100$ en $y = 0{,}75 \cdot x + p$, met p een constante.
   a. Neem p = 0 en los het stelsel op.
   b. Voor welke waarden van de parameter p heeft het stelsel precies één oplossing?

Subdomein B6

25. De functie f is gegeven door $f(x) = 3x + 1 + \dfrac{6}{2x-4}$.

    Maak een schets van de grafiek van f en geef daarin duidelijk de asymptoten aan.

26. Voor elke waarde van p is de functie f_p gegeven door $f_p(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + p}$.

    De grafiek van de functie f_p heeft een, twee of drie horizontale of verticale asymptoten.

    Onderzoek voor elke waarde van de parameter p hoeveel horizontale en verticale asymptoten er zijn.

27. Voor elke waarde van a is de functie f_a gegeven door $f_a(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + x + a}$.

    Er zijn twee waarden van a waarbij de grafiek van f_a een perforatie heeft.

    Bereken die waarden van a en bepaal de coördinaten van de bijbehorende perforaties in de grafiek.

28. Deze opgave gaat over de functie f gegeven door $f(x) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}$.

    a. Bereken (indien mogelijk) de linker- en de rechterlimiet van f in $x = 0$.

    b. Welke horizontale asymptoot heeft de grafiek van f ?

    c. Schets de grafiek van f .

    d. Stel het functievoorschrift op van de inverse functie van f .

29. Beredeneer welke asymptoten de grafiek van de functie f heeft, als f is gegeven door:

    a. $f(x) = \dfrac{4x^2}{2x^2 + 7x + 5}$ b. $f(x) = \log\left(\dfrac{x^2}{x^2 - 1}\right)$

    c. $f(x) = \dfrac{2^{-x} + 8}{2^{-2x} - 2}$ d. $f(x) = \dfrac{80}{2 + 5 \cdot (0{,}9)^x}$.

Domein C: Differentiaal- en integraalrekening (130 slu)

Subdomein C1: Afgeleide functies

10 De kandidaat kan de eerste en tweede afgeleide van een functie begripsmatig hanteren en gebruiken om die functie te onderzoeken en de eerste en tweede afgeleide gebruiken in toepassingen.

De kandidaat kent:

- de begrippen afgeleide en tweede afgeleide van een functie;
- de begrippen (lokaal) maximum, (lokaal) minimum, extreme waarden;
- het begrip buigpunt van een grafiek;
- het begrip raaklijn aan een grafiek;
- de gangbare notaties voor afgeleide en tweede afgeleide van een functie, zoals: $f'(x), \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}, \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}, f''(x)$.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
10.1 de afgeleide gebruiken om de helling van de raaklijn te berekenen;
10.2 de afgeleide functie gebruiken voor het bestuderen van stijging of daling van een functie;
10.3 de afgeleide gebruiken om extremen van functies te berekenen;
10.4 de tweede afgeleide gebruiken om toe- of afname van de helling van de grafiek te onderscheiden;
10.5 de tweede afgeleide gebruiken om buigpunten van grafieken te berekenen.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
10.6 het verband aangeven tussen de afgeleide van een functie *f* en van een functie *g* waarvan de grafiek door een translatie of lijnvermenigvuldiging uit die van *f* is ontstaan;
10.7 een optimaliseringprobleem vertalen in een model waarbij een functie van één variabele optreedt en dit probleem vervolgens met behulp van de afgeleide of numeriek-grafisch oplossen;
10.8 gebruik maken van de relatie tussen afgeleide en raaklijn in de context van een probleem;
10.9 de eerste en/of tweede afgeleide van een functie en hun grafieken interpreteren.

Subdomein C2: Technieken voor differentiëren

11. De kandidaat kan de eerste en tweede afgeleide van functies bepalen met behulp van de regels voor het differentiëren en daarbij algebraïsche technieken gebruiken.

De kandidaat kent:

- de afgeleide van de volgende standaardfuncties: machtsfuncties met rationale exponenten ($f(x) = x^p$), exponentiële functies ($f(x) = a^x$), logaritmische functies ($f(x) = {}^a\log x$) en goniometrische functies ($f(x) = \sin x \text{ en } f(x) = \cos x$);
- de som-, verschil-, product-, quotiënt- en kettingregel voor het bepalen van een afgeleide functie.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
11.1 bij het bepalen van de afgeleide van een functie gebruik maken van de afgeleide van genoemde standaardfuncties;
11.2 bij het bepalen van de afgeleide van exponentiële en logaritmische functies het getal e en de natuurlijke logaritme gebruiken;
11.3 voor het bepalen van de afgeleide de som-, verschil-, product-, quotiënt- en kettingregel gebruiken.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
11.4 een combinatie van som-, verschil-, product- en/of quotiëntregel gebruiken bij het bepalen van een afgeleide functie;
11.5 de kettingregel gebruiken in combinatie met de de som-, verschil-, product- en/of quotiëntregel.bij het bepalen van een afgeleide functie;
11.6 een functievoorschrift anders schrijven zodat de functie gemakkelijker te differentiëren is.

Subdomein C3: Integraalrekening

12. De kandidaat kan in geschikte toepassingen een bepaalde integraal opstellen en exact berekenen.

De kandidaat kent:
- de begrippen primitieve functie en (bepaalde) integraal;
- het begrip integrand;
- de notatie $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$;
- de hoofdstelling van de integraalrekening: $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$, waarbij *F* een primitieve functie van f is.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
12.1 een bepaalde integraal exact berekenen in het geval de integrand
a. de gedaante $f(x)+c,\ f(x+c), c\cdot f(x)$ of $f(c\cdot x)$ heeft, waarbij f een machtsfunctie, een exponentiële functie, de functie sinus of de functie cosinus is,
b. de som van twee of meer functies zoals bedoeld in a. is;
12.2 controleren of een gegeven functie F een primitieve is van een functie f .

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
12.3 een bepaalde integraal opstellen bij berekening van de oppervlakte van een vlakke figuur en van de inhoud van een omwentelingslichaam (omwenteling om de x-as of de y-as) en daarbij de notatie $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ gebruiken;
12.4 de uitkomst van een exact berekende of benaderde bepaalde integraal interpreteren binnen een context;
12.5 $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ interpreteren als de definitie van een functie.

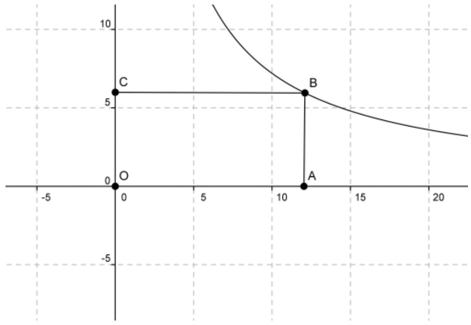
Voorbeeldopgaven bij domein C

Subdomein C1

1. De functie f is gegeven door $f(x)=3x+1+\dfrac{6}{2x-4}$.

   Bereken met behulp van differentiëren de extremen van f.

2. In een coördinatenstelsel is een rechthoek *OABC* gegeven. De oppervlakte van deze rechthoek is 72.
   Punt *B* ligt op een kromme K, punt *A* ligt op de positieve x-as
   en punt *C* op de positieve y-as. Zie de tekening.

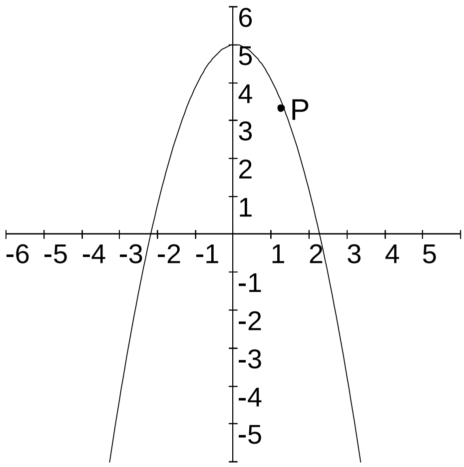


   a. Toon aan dat de kromme *K* wordt gegeven door de vergelijking: $y=\dfrac{72}{x}$.

   De raaklijn aan *K* in punt *B* snijdt de x-as in punt *D* en de y-as in punt *E*.

   b. Toon aan dat de oppervlakte van driehoek *ODE* niet afhangt van de positie van punt *B* op *K*.

3. Hiernaast is de parabool $y=5-x^2$ getekend.
   Op de parabool ligt een punt *P* met x-coördinaat p.
   O is het punt (0, 0).



   a. Kies eerst p = 1. Bereken de afstand OP.

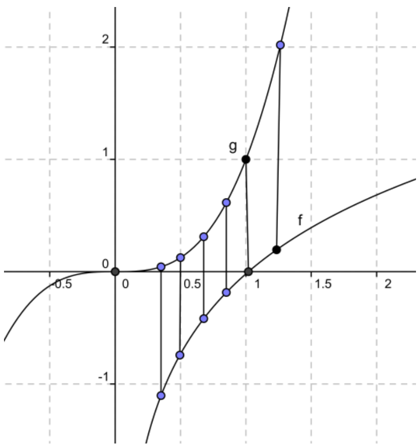
   We kiezen P nu willekeurig op de parabool .

   b. Toon aan: $OP=\sqrt{p^2-9p+25}$.

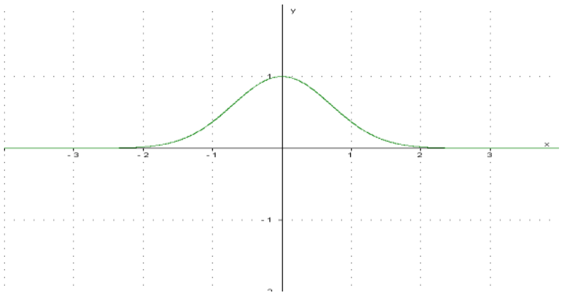
   c. Bereken met behulp van differentiëren voor welke waarde(n) van *p* de lengte van lijnstuk OP minimaal is en bereken exact deze minimale lengte.

4. Het punt P is een willekeurig punt op de grafiek van $y=x^2$.
   De x-coördinaat van punt P is p.
   Toon aan dat de raaklijn in P aan de grafiek de y-as snijdt in het punt $(0, -p^2)$.

5. De functies f en g_a zijn gegeven door $f(x)=\ln(x)$ en $g_a(x)=x^a$, waarbij a een positief geheel getal is.
   Zie de tekening hiernaast.
   Druk de minimale verticale afstand tussen de grafieken van f en g_a uit in a.



6. Hiernaast staat de grafiek van $y = e^{-x^2}$.
Bereken de exacte coördinaten van de buigpunten van de grafiek.



7. Voor elke waarde van a is de functie f_a gegeven door
$f_a(x) = \frac{x^a}{e^x}$. Hierin is a een positief geheel getal.
   a. Toon aan dat voor a = 3 de functie f_a één extreme waarde heeft.
   b. Onderzoek voor welke waarden van a de functie f_a één extreme waarde heeft en voor welke waarden van a de functie f_a twee extreme waarden heeft.

8. De functies f en g zijn gegeven door $f(x) = e^{-x}\sin(\pi x)$ en $g(x) = \sin(\pi x)$.
Onderzoek met behulp van differentiëren of f en g bij dezelfde waarden van x extremen hebben.

9. De functie f is gegeven door $f(x) = \left(\ln(x)\right)^2 - 2\cdot\ln(x)$.
   a. Bereken de exacte waarden van de coördinaten van de snijpunten van de grafiek van f met de x-as.
   b. Bereken de exacte waarde van het minimum van f.
   c. Bereken de tweede afgeleide van de functie f en geef de exacte coördinaten van het buigpunt van de grafiek van f.

10. Op de marketingafdeling van een snoepfabriek wordt de prijs van een rol pepermunt bepaald.
De afzet q van deze pepermuntrollen hangt als volgt samen met de prijs p: $p = \frac{20\,000}{q + 10\,000}$
(q is het verkochte aantal rollen, p de prijs in euro per rol).
De kosten K (in euro) kunnen berekend worden met de formule K = 0,75(50 + q). De opbrengst R wordt berekend met de formule $R = p\cdot q$ en de winst W (in euro) wordt berekend met $W = R - K$.

   a. Bereken bij een prijs van 1 euro per rol de afzet q, de opbrengst R, de kosten K en de winst W.
   b. Stel een formule op voor de winst W als functie van de prijs p.
   c. Bereken met behulp van differentiëren in eurocent nauwkeurig welke prijs de fabrikant de grootste winst oplevert.

Subdomein C2

11. De functie f is gegeven door $f(x) = \frac{e^x - 4}{e^x + 4}$.
   a. Toon met behulp van differentiëren aan dat f een stijgende functie is.
   b. Bereken op algebraïsche wijze de maximale helling van een raaklijn aan de grafiek van f.

12. Voor elke waarde van p, met $p \neq -2$ en $p \neq 2$, is de functie f_p gegeven door

$$f_p(x) = \frac{3}{2 + p.\sin(x)}.$$

Toon met behulp van de afgeleide functie aan dat de x-coördinaten van de toppen van de grafiek van f_p niet van p afhangen.

13. Voor elke waarde van p is de functie f_p gegeven door $f_p(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + p}$.

a. Toon met behulp van differentiëren aan dat f_{-10} extremen heeft bij x = 2 en x = 5.

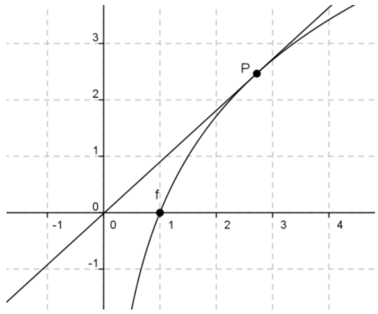
b. Bereken voor welke waarde van p de functie f_p een extreem heeft bij x = 0.

14. Voor elke k > 0, met $k \neq 1$ is de functie f_k gegeven door

$$f_k(x) = {}^k\log(x).$$

Zie de figuur. Op de grafiek van f_k ligt punt P met x-coördinaat e.

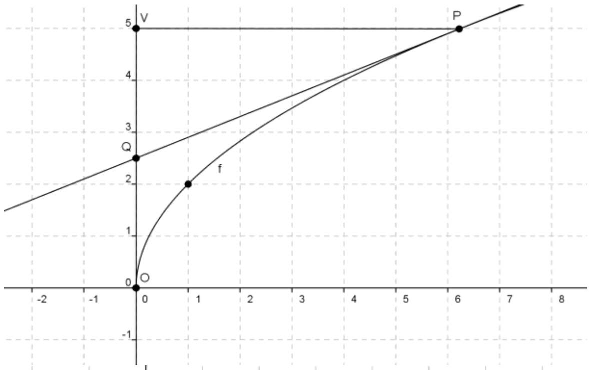
Toon aan dat de raaklijn in P aan de grafiek van f_k door het punt (0, 0) gaat.



Subdomein C3

15. De functie f is gegeven door $f(x) = 2\sqrt{x}$. Hiernaast is de grafiek van f getekend. Op deze grafiek ligt een punt P met x-coördinaat p.
Punt V is de loodrechte projectie van punt P op de y-as. O(0, 0) is de oorsprong en punt Q is het midden van lijnstuk OV.

a. Toon aan dat de raaklijn in P aan de grafiek door Q gaat.



De lijn PQ verdeelt het vlakdeel W, begrensd door de lijnstukken PV, OV en de grafiek van f, in twee delen.

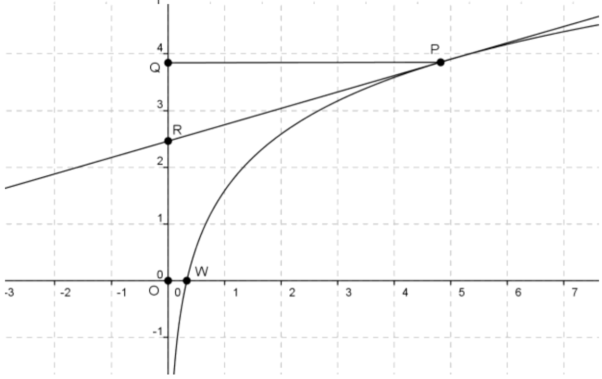
b. Toon aan dat de verhouding van de oppervlakten van deze twee delen onafhankelijk is van p.

De twee delen waarin vlakdeel W door PQ wordt verdeeld, worden gewenteld om de y-as.

c. Bereken exact de verhouding van de inhouden van de twee omwentelingslichamen die zo ontstaan.

16. De functie f is gegeven door $f(x) = {}^2\log(3x)$.
In een punt P van de grafiek wordt de raaklijn getekend. Punt Q is de loodrechte projectie van P op de y-as. De raaklijn in P aan de grafiek snijdt de y-as in punt R. Zie de figuur.

a. Toon aan dat de lengte van lijnstuk QR niet afhangt van de keuze van P.



Kies nu voor P het punt $\left(5\tfrac{1}{3}, 4\right)$. Vlakdeel V wordt begrensd door de lijnstukken OW, OR, PR en de grafiek van f. De oppervlakte van V kan exact worden berekend met behulp van de inverse functie van f.

b. Bereken op deze manier de exacte oppervlakte van *V*.

Vlakdeel *V* wordt om de y-as gewenteld.
c. Bereken de inhoud van het zo ontstane omwentelingslichaam.

17. Primitiveer de functies f, g en h, gegeven door respectievelijk:

a. $f(x) = 3x + 1 + \dfrac{6}{2x-4}$ b. $g(x) = \dfrac{x^6 + 3x^3 + 2}{3x^3}$

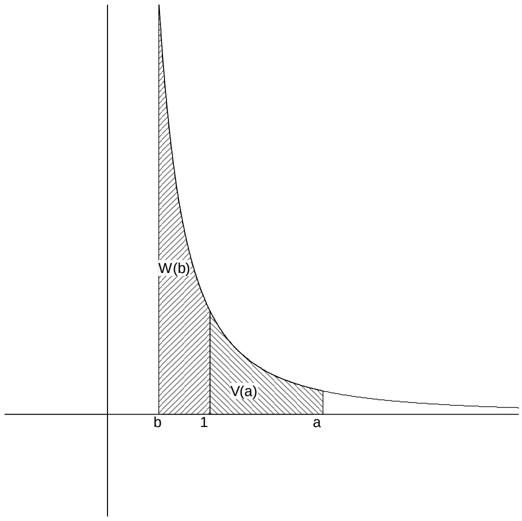
c. $h(x) = x \cdot \sqrt{x} + 3 \cdot 2^x$

18. a. Schets in een coördinatenstelsel het gebied dat wordt begrensd door de x-as, *de lijnen $x = a$ en $x = b$ (met $0 < a < b$) en de kromme met vergelijking $xy = 1$.*

De lijn $x = m$ verdeelt dit gebied in twee delen met gelijke oppervlakte.
b. Toon aan dat geldt: $m = \sqrt{a \cdot b}$

19. Op de parabool $y = x^2$ liggen de punten $A(a, a^2)$ en $B(b, b^2)$ met $a > b$. Door het lijnstuk *AB* en de parabool wordt een vlakdeel begrensd.
Toon aan dat de oppervlakte van dit vlakdeel gelijk is aan $\frac{1}{6}(a-b)^3$.

20. De functie f is gegeven door $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$.
De lijnen $x = a$ en $x = 1$, de x-as en de grafiek van f sluiten een gebied *V* in. De oppervlakte van *V* noemen we *V*(a).
De lijnen $x = b$ en $x = 1$, de x-as en de grafiek van f sluiten een gebied *W* in. De oppervlakte van *W* noemen we *W*(b).
Zie de figuur. Hierin is $a > 1$ en $0 < b < 1$.



a. Neem $b = \frac{3}{4}$ en bereken exact $W(\frac{3}{4})$.

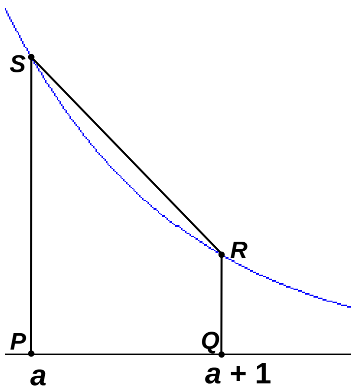
b. Bereken exact voor welke a geldt : $V(a) = \frac{99}{100}$.

c. Toon aan: als $W(b) = V(a)$ dan is $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = 2$.

De vlakdelen *V* en *W* worden gewenteld om de x-as. De inhouden van de zo ontstane omwentelingslichamen noemen we $I(a)$ en $J(b)$.

d. Toon aan: als $J(b) = I(a)$ dan is $\dfrac{1}{a^3} + \dfrac{1}{b^3} = 2$.

21. (Naar examen VWO B1,2 2005 tijdvak 2, vraag 14)
De functie f is gegeven door $f(x) = \mathrm{e}^{-x}$.
De lijn $x = a$ snijdt de x-as in *P* en de grafiek van f in *S*, de lijn $x = a + 1$ snijdt de x-as in *Q* en de grafiek van f in *R*. Het gebied begrensd door de grafiek van f en de lijnstukken *PS*, *PQ* en *QR* noemen we *V*.
Het trapezium *PQRS* noemen we *W*.
Zie de figuur hiernaast.



Toon aan dat de verhouding $\dfrac{\text{oppervlakte van } W}{\text{oppervlakte van } V}$ onafhankelijk is van a.

22. De functie f is gegeven door $f(x) = \mathrm{e}^{-x}\sin(\pi x)$.

    a. Toon aan dat de functie *F* gegeven door $F(x) = \dfrac{-\mathrm{e}^{-x}}{1+\pi^2} \cdot \left(\sin(\pi x) + \pi \cdot \cos(\pi x)\right)$ een primitieve van f is.

    b. Bereken de exacte waarde van $\int_0^1 \mathrm{e}^{-x} \cdot \sin(\pi x)\mathrm{d}x$.

23. Toon aan dat $\int_0^x 0{,}12t \cdot \mathrm{e}^{-0{,}2t}\mathrm{d}t = -0{,}6x \cdot \mathrm{e}^{-0{,}2x} - 3 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}2x} + 3$.

24. De functie f is gegeven door $f(x) = \left(4x - 3x^2\right)\mathrm{e}^{-2x}$. Een primitieve functie *F* van f is van de vorm
    $F(x) = \left(ax^2 + bx + c\right)\mathrm{e}^{-2x}$. Bereken a, b en c.

Domein D: Goniometrische functies (80 slu)

Subdomein D1: Goniometrische functies en vergelijkingen

13 *De kandidaat kan bij periodieke verschijnselen formules opstellen en bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen, vergelijkingen oplossen en hierbij de periodiciteit met inzicht gebruiken.*

De kandidaat kent:

- de karakteristieke eigenschappen van de grafiek van de sinusoïde met vergelijking $f(x) = d + a \cdot \sin b(x - c)$, namelijk: d = evenwichtsstand, (c, d) is een beginpunt, a is de amplitude en $\frac{2\pi}{b}$ is de periode;
- bij een harmonische trilling het verband tussen frequentie f en periode p: $f = \frac{1}{p}$;
- de exacte waarden van sin x en cos x waarbij x een veelvoud van $\frac{1}{6}\pi$ of $\frac{1}{4}\pi$ is;
- de formules $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ en $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$;
- de symmetrie eigenschappen $\sin(-x) = -\sin x,\ \cos(-x) = \cos x$ en $\cos x = \sin(\frac{1}{2}\pi - x)$ en $\sin x = \cos(\frac{1}{2}\pi - x)$;
- de begrippen som- en verschilformules voor sinus en cosinus;
- de begrippen verdubbelingsformules voor sinus en cosinus.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):

13.1 de eenparige cirkelbeweging en de harmonische trilling in verband brengen met de functies sinus en cosinus;

13.2 eigenschappen van goniometrische functies gebruiken bij het modelleren en analyseren van periodieke verschijnselen zoals golfbewegingen en trillingen;

13.3 vergelijkingen oplossen van het type sin $f(x)$ = sin $g(x)$ en cos $f(x)$ = cos $g(x)$ waarbij f en g lineaire functies van x zijn en hierbij de periodiciteit gebruiken voor het vinden van alle oplossingen;

13.4 de bovengenoemde symmetrie eigenschappen van de sinus en cosinus functie gebruiken bij het oplossen van vergelijkingen.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):

13.5 de som- en verschilformules voor goniometrische functies gebruiken bij het herleiden van formules en het oplossen van vergelijkingen;

13.6 de formules $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ en $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$ gebruiken bij het herleiden van formules en het oplossen van vergelijkingen.

Voorbeeldopgaven bij domein D

Subdomein D1

1. Een punt *P* doorloopt met constante snelheid de cirkel met middelpunt *O*(0,0) en straal 4. Het punt *P* start daarbij in het punt (4,0) en beweegt vanaf dat punt naar boven.
   Na 2 seconden is *P* voor de eerste maal in het punt $\left(2\sqrt{3}, 2\right)$.
   Bereken na hoeveel seconden *P* voor de tweede keer in het punt $\left(-2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}\right)$ is.

2. De punten *P* en *Q* voeren elk een harmonische trilling uit. Beide trillingen hebben verschillende amplitude en frequentie.
   Voor de uitwijking u_P van *P* uit de evenwichtsstand op tijdstip t geldt $u_P = 5\sin(\frac{1}{6}\pi t + \frac{1}{6}\pi)$.
   De trilling van punt *Q* heeft een 2 keer zo grote amplitude, een 3 keer zo grote frequentie en $u_Q(0) = 10$.
   Geef een formule voor de uitwijking u_Q van *Q* uit de evenwichtsstand op tijdstip t.

3. Los exact op :
   a) $2\cos^2(x) + 3\cos(x) + 1 = 0$
   b) $\sin(2x + \frac{1}{3}\pi) = -\cos(x - \frac{3}{4}\pi)$
   c) $\sqrt{3} \cdot \cos(2x) = \sin(2x)$

4. Op het domein [0, 40] is de functie f gegeven door $f(x) = d + a \cdot \sin(bx)$.
   Het bereik van deze functie is [–6, 22].
   De grafiek van functie f bereikt op dit domein de evenwichtsstand precies zes keer. De zesde (en dus laatste) keer dat dit gebeurt, is bij x = 40.
   Bereken alle mogelijke waarden van a, b en d.

5. De functie f is gegeven door $f(x) = 1 - 2\sin(2x)$ op [0, 2π].
   Los exact op: $f(x) > 0$.

6. De functie f is gegeven door $f(x) = \sin^2(x)$.
   a) Toon aan dat de grafiek van f symmetrisch is in de y-as.
   b) Toon aan dat de grafiek van f symmetrisch is in de lijn $x = \frac{1}{2}\pi$.

7. De functie *f* is gegeven door $f(x) = \cos(2x) + \cos^2(x)$ op het domein [0,2π].
   a) Het functievoorschrift van f is te schrijven als $f(x) = d + a \cdot \cos(bx)$. Bereken *a*, *b* en *d*.
   b) Het functievoorschrift van f is te schrijven als $f(x) = p \cdot \cos^2(x) + q \cdot \cos(x) + r$.
   Bereken p, q en r.

8. a) Het functievoorschrift van de functie *f* gegeven door $f(t) = \cos(3t)$ is te herschrijven tot $f(t) = 4 \cdot \cos^3(t) - 3 \cdot \cos(t)$.
   Toon dat aan.
   b) Ook het functievoorschrift van de functie *g* gegeven door $g(t) = \cos(6t)$ is te herschrijven zo, dat g een functie van $\cos(t)$ is.

Herschrijf $g(t)$ zoals bedoeld.

9. De functie gegeven door $y = \cos(t + \frac{1}{3}\pi) + \cos(t - \frac{1}{3}\pi)$ is te schrijven in de vorm $y = d + a \cdot \sin(b(x - c))$. Bereken a, b, c en d.

10. Gegeven is: $\tan\varphi = \frac{3}{4}$. Bereken de exacte waarde van $\sin(2\varphi)$ en van $\cos(2\varphi)$.

11. Toon de correctheid van de volgende formules aan :

a) $\left(2\sin(x) + \cos(x)\right)^2 + \left(\sin(x) - 2\cos(x)\right)^2 = 5$

b) $\dfrac{\tan^2(x) - \sin^2(x)}{1 - \sin^2(x)} = \tan^4(x)$

c) $\dfrac{2\tan(x)}{1 + \tan^2(x)} = 2\sin(x) \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$

Domein E: Meetkunde met coördinaten (170 slu)

Subdomein E1: Meetkundige vaardigheden

14 De kandidaat kan eigenschappen van meetkundige objecten onderzoeken en bewijzen en kan daarbij gebruik maken van algebraïsche technieken en van ICT.

De kandidaat kent:
- de eigenschap dat een raaklijn aan een cirkel loodrecht staat op de verbindingslijn van het middelpunt van de cirkel en het raakpunt;
- de stelling van Pythagoras;
- het begrip gelijkvormigheid;
- goniometrische verhoudingen;
- de sinus- en cosinusregel;
- de stelling van Thales[1] en de omgekeerde stelling van Thales[2].

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
14,1 basisstellingen van de vlakke meetkunde gebruiken om verbanden in figuren algebraïsch te formuleren;
14.2 adequaat gebruik maken van de equivalentie tussen een figuur en de bijhorende algebraïsche voorstelling.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
14.3 meetkundige en algebraïsche methoden en technieken gebruiken bij het oplossen van meetkundige problemen;
14.4 meetkundige problemen verkennen met tekeningen en constructies.

Subdomein E2: Algebraïsche methoden in de vlakke meetkunde

15 De kandidaat kan eigenschappen van aard en ligging van cirkels, lijnen en andere daarvoor geschikte figuren, onderzoeken met behulp van algebraïsche voorstellingen, kan in een gegeven of zelfgekozen coördinatenstelsel algebraïsche voorstellingen van figuren opstellen en kan algebraïsche voorstellingen gebruiken om meetkundige problemen op te lossen.

De kandidaat kent:
- de vergelijking van een rechte lijn in de vorm $y = mx + n$ en in de vorm $ax + by = c$;
- de begrippen richtingscoëfficiënt en loodlijn;
- het begrip stelsel van twee vergelijkingen als weergave van de onderlinge ligging van twee figuren;
- de begrippen strijdig stelsel en afhankelijk stelsel;
- van een cirkel met straal r en het middelpunt (m, n) de vergelijking in de vorm
  $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$ en $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$
- het begrip parametervoorstelling van een lijn en een cirkel;
- het begrip afstand van twee figuren als de kleinste lengte van een lijnstuk dat een punt van de ene figuur verbindt met een punt van de andere figuur.

Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
15.1 aan de hand van de algebraïsche voorstellingen van twee lijnen de hoek tussen deze twee lijnen berekenen;
15.2 de vergelijking van de loodlijn op een lijn via algebraïsche weg opstellen;

[1] Van een rechthoekige driehoek is het midden van de schuine zijde het middelpunt van de omgeschreven cirkel.
[2] Van een driehoek ABC waarvan AC de middellijn is van de omgeschreven cirkel, is hoek B recht.

15.3 de coördinaten van snijpunten van lijnen en cirkels berekenen;
15.4 de oplosbaarheid van een stelsel van twee lineaire vergelijkingen in verband brengen met de onderlinge ligging van rechte lijnen in het platte vlak;
15.5 de lengte van een lijnstuk berekenen met behulp van de coördinaten van de eindpunten;
15.6 uit de vergelijking van een cirkel de straal van de cirkel en de coördinaten van het middelpunt afleiden en daarbij eenvoudige gevallen van kwadraatafsplitsing uitvoeren;
15.7 vanuit een parametervoorstelling van een lijn of cirkel een vergelijking maken en vanuit een gegeven vergelijking van een lijn of cirkel een parametervoorstelling maken;.
15.8 de vergelijking van een raaklijn met gegeven richting aan een cirkel opstellen;
15.9 de vergelijking van een raaklijn door een gegeven punt (op of buiten de cirkel) aan een cirkel opstellen;
15.10 afstanden van een punt tot een lijn of cirkel bepalen en afstanden van deze figuren onderling bepalen;
15.11 het verband leggen tussen een transformatie van een figuur en een substitutie in de bijhorende vergelijking of parametervoorstelling.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
15.12 bij meetkundige problemen een algebraïsche representatie opstellen;
15.13 bij twee figuren algebraïsch onderbouwde uitspraken doen over de onderlinge ligging wat betreft snijden, raken en loodrechte stand.

Subdomein E3 : Vectoren en inproduct
16 De kandidaat kan met behulp van de begrippen afstand, vector en inproduct eigenschappen van figuren in het vlak afleiden, uitrekenen en bewijzen.

De kandidaat kent:
- het begrip vector als grootheid met lengte en richting en als getallenpaar;
- de begrippen lengte, richtingshoek, kentallen en componenten van een vector;
- het begrip inproduct (of inwendig product) van twee vectoren als
  $a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2$ en $a \cdot b = |a||b|\cos\theta$ **;**
- het begrip vectorvoorstelling van een lijn.

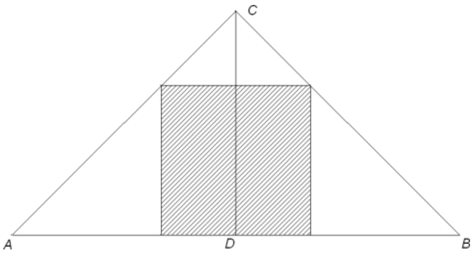
Reproductie
De kandidaat kan (als voorbeeld van parate vaardigheden):
16.1 rekenen en redeneren met vectoren die beschreven zijn door grootte en richting of door onderling loodrechte componenten;
16.2 vectoren ontbinden, scalair vermenigvuldigen, bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken met behulp van meetkundige constructies en met behulp van berekening;
16.3 het inproduct in verband brengen met hoeken, met de berekening van lengtes en met de bepaling van de component van een vector in een gegeven richting;
16.4 de begrippen zwaartepunt en gewogen gemiddelde adequaat beschrijven en gebruiken met behulp van vectoren.

Productie
De kandidaat kan (als voorbeeld van het combineren van denkactiviteiten):
16.5 tijdsafhankelijke vectoren en afgeleiden daarvan in verband brengen met beweging, samengestelde beweging, raaklijnen aan een baan, snelheid en versnelling;
16.6 bovenstaande technieken toepassen in meetkundige probleemsituaties

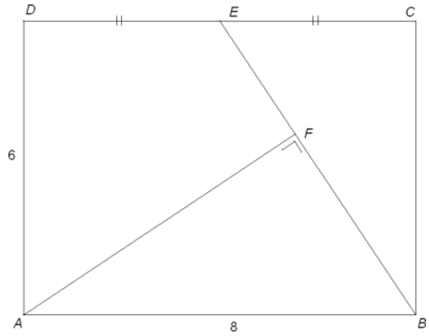
Subdomein E4: Toepassingen
17 De kandidaat kan de aangegeven technieken toepassen in geschikte natuurwetenschappelijke en technische situaties.

Voorbeeldopgaven bij domein E

Subdomein E1

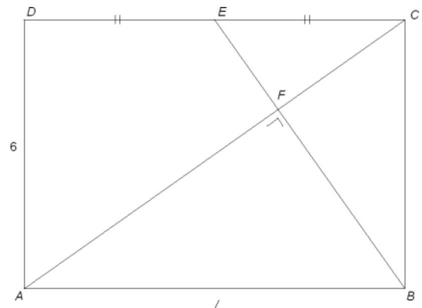


1. Gegeven is de gelijkbenige driehoek *ABC.*
   De lengte van basis *AB* is 8 en de hoogte is 4.
   In deze driehoek is een vierkant getekend waarvan de hoekpunten op de zijden van de driehoek liggen.
   Zie figuur.
   Bereken de lengte van de zijden van dit vierkant.

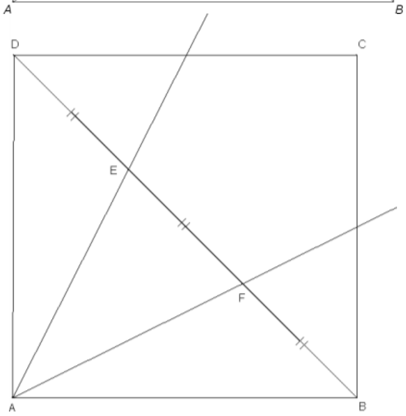


2. Gegeven is een rechthoek *ABCD.* Zie de figuur.
   De lengte van zijde *AB* is 8 en zijde *AD* heeft lengte 6.
   E is het midden van zijde *CD*.
   F is een punt op lijnstuk *BE* zó dat lijnstuk *AF* loodrecht staat op lijnstuk *BE.*
   a) Bereken de lengte van lijnstuk *AF*.

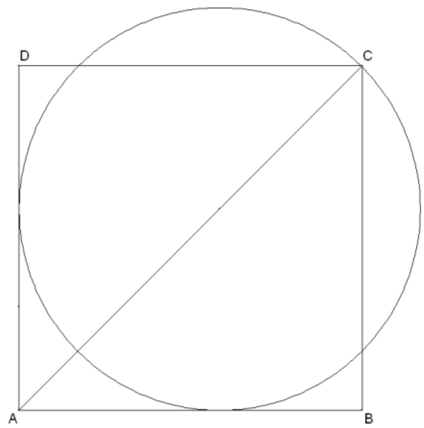
   Lijnstuk *AF* wordt aan de kant van *F* verlengd tot zijde *BC* wordt gesneden in punt *G*.
   b) Bepaal de verhouding waarin zijde *BC* door punt *G* wordt verdeeld*.*



   Door voor zijde *AB* een grotere lengte te kiezen, kan de situatie van de tweede figuur ontstaan: lijn *AF* gaat door *C*.
   Nog steeds is punt *E* het midden van zijde *CD* en staat lijnstuk *AF* loodrecht op lijnstuk *BE.*
   c) Onderzoek hoeveel driehoeken in deze figuur gelijkvormig zijn.
   d) Bereken de lengte van zijde *AB*.



3. Gegeven is vierkant *ABCD* . Zie de figuur.
   De lengte van de zijden van dit vierkant is 10.
   De punten *E* en *F* liggen op diagonaal *BD*, zó dat deze diagonaal door *E* en *F* in drie even lange lijnstukken wordt verdeeld.
   a) Toon aan dat lijn *AE* door het midden van zijde *CD* gaat.
   b) Onderzoek of hoek *BAD* door de lijnen *AE* en *AF* in drie even grote hoeken wordt verdeeld.

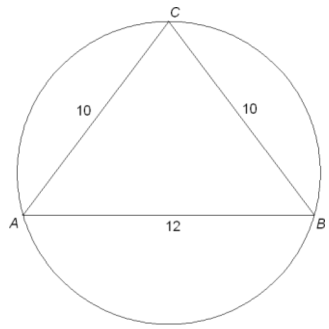


4. Gegeven is vierkant *ABCD.*
   De lengte van de zijden van dit vierkant is 10.
   Door *C* gaat een cirkel die de zijden *AB* en *AD* raakt. Zie de figuur.
   Bereken de lengte van de straal van deze cirkel.

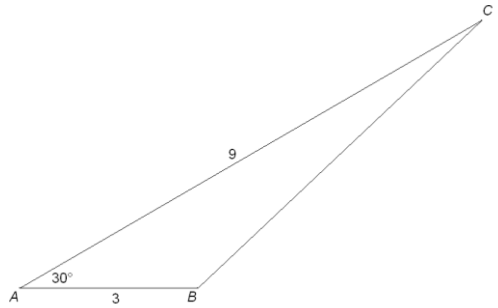
5. Gegeven is de regelmatige achthoek *ABCDEFGH* met zijde 8.
   Bereken de exacte lengtes van de diagonalen *AC*, *AD* en *AE* van deze achthoek.

6. In de figuur hiernaast is driehoek *ABC* getekend met de cirkel die door de hoekpunten gaat.
   a) Bereken de lengte van de straal van de cirkel.

   Op de cirkel ligt het punt *D* niet aan dezelfde kant van lijnstuk *AB* als punt *C* zó dat *D* even ver van *A* als van *B* af ligt.
   b) Bereken $\angle ADB$ in hele graden nauwkeurig.



7. Gegeven is driehoek *ABC*. Zie de figuur hiernaast.
   a) Bereken $\angle B$ in hele graden nauwkeurig.
   b) Bereken in één decimaal nauwkeurig de lengte van zijde *BC*.



Subdomein E2

8. Gegeven zijn de punten *A*(4, 0) en *B*(0, 3).
   a) Bereken de exacte afstand van punt *O*(0, 0) tot lijn *AB*.
   b) Punt *O* wordt gespiegeld in lijn *AB.* Bepaal de exacte coördinaten van het spiegelbeeld.

9. Gegeven zijn de lijnen l: $x+2y=1$ en m: $y=3x-2$.
   a) Bereken de hoek tussen de lijnen l en m in hele graden nauwkeurig.
   b) Bereken de coördinaten van het snijpunt *S* van de lijnen l en m.
   c) Stel een vergelijking op van de lijn k die lijn l loodrecht snijdt in het punt (1, 0).

10. Gegeven zijn de lijn l: $x+2y=1$ en de lijn m met vergelijking $ax+by=10$.
    Wat weet je van a en b, als
    a) de lijn l geen snijpunt heeft met lijn m?
    b) het snijpunt van de lijnen l en m het punt (1, 0) is?

11. Gegeven is de cirkel *C*: $x^2+y^2=10x$.
    a) Bepaal de coördinaten van het middelpunt *M* en de straal r van *C*.
    b) Bepaal vergelijkingen van de raaklijnen door punt (–5, 0) aan cirkel *C*.

12. Gegeven is de cirkel met vergelijking $x^2+y^2=25$.
    a) Stel een vergelijking op van de raaklijn in *P*(3, 4) aan de cirkel.
    b) Stel vergelijkingen op van de lijnen die evenwijdig zijn aan deze raaklijn en afstand 1 tot de cirkel hebben.

13. Gegeven is de cirkel met vergelijking $x^2+y^2=8$ en de lijn $y=x$.
    De cirkel schuift omlaag zo, dat de lijn $y=x$ een raaklijn aan de verschoven cirkel wordt.
    Stel een vergelijking op van de verschoven cirkel.

14. Gegeven het punt *A*(5, 4) en de lijn m met parametervoorstelling $\begin{cases} x=8+t \\ y=8-2t \end{cases}$.

a) Stel een vergelijking op van de lijn m.
b) Bereken de afstand van A tot de lijn m.

15. Gegeven is de cirkel C_1: $x^2 + y^2 = 1$. Een cirkel C_2 raakt de beide coördinaatassen en raakt ook cirkel C_1 aan de buitenkant.
Bereken de straal van C_2.

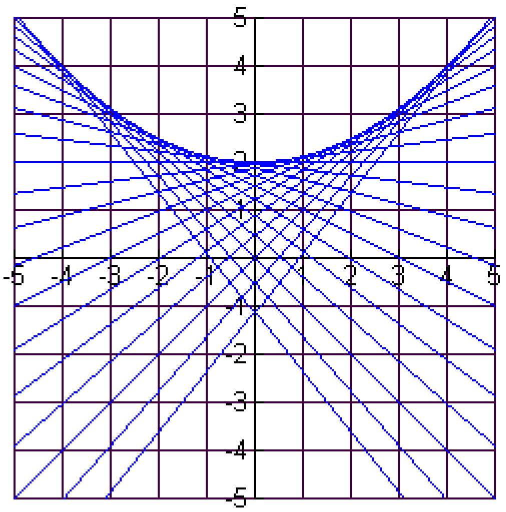
16. De verzameling van de punten die even ver van de lijn $y = 4$ als van $O(0, 0)$ liggen, is een parabool.
Stel een vergelijking op van deze parabool.

17. Gegeven zijn de punten $O(0, 0)$ en $A(8, 4)$.
a) Bereken de coördinaten van het punt P op de x-as waarvoor geldt: $OP = AP$.
b) Stel een vergelijking op van de cirkel door de punten O, A en P.

18. Gegeven is de baan van punt P door de parametervoorstelling: $x = 3t$ en $y = t + p$, waarbij p een constante is. Cirkel C wordt gegeven door $x^2 + y^2 = 10$.
a) Neem $p = 10$ en bereken de kortste afstand van punt P tot de cirkel.
b) Voor welke waarden van p heeft de baan van P één of twee snijpunten met cirkel C?

19. Gegeven is punt $P(0, 4)$.
Kies een willekeurig punt A op de x-as met coördinaten $(a, 0)$.
a) Toon aan dat de middelloodlijn m_a van lijnstuk PA gegeven wordt door de vergelijking
$y = \frac{1}{4}ax - \frac{1}{8}a^2 + 2$.

In onderstaande figuur zie je een aantal van deze lijnen m_a getekend.



b) Toon aan dat de twee lijnen m_a die door het punt $(4, 0)$ gaan, loodrecht op elkaar staan.

Je krijgt uit de figuur de indruk dat er punten (x, y) zijn waar geen lijn m_a doorheen gaat. Dat zijn dus punten (x, y) waarvoor geen passende waarde van a te berekenen is zo dat (x,y) voldoet aan de vergelijking van m_a.

c) Toon aan dat de coördinaten van deze punten voldoen aan: $y > \frac{1}{8}x^2 + 2$.

20. De figuren C en L zijn gegeven door de parametervoorstellingen :

$$C:\begin{cases} x = 9 + 5\cdot\cos(\varphi) \\ y = 6 + 5\cdot\sin(\varphi) \end{cases} \text{ en } L:\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}.$$

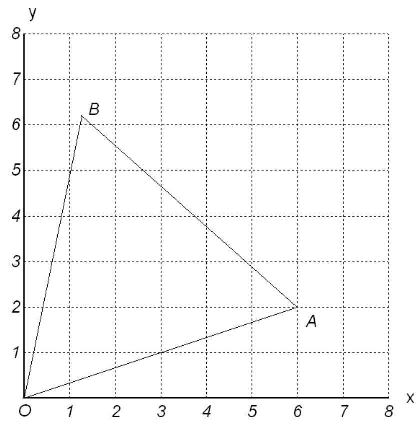
a) Bereken de exacte coördinaten van de snijpunten van *C* en *L*.
b) Een cirkel met middelpunt *O*(0,0) raakt aan *L*. Bereken de exacte lengte van de straal van die cirkel.
c) Er zijn twee cirkels met middelpunt *O*(0,0) die raken aan *C*. Bereken de exacte lengtes van de stralen van die cirkels.

Subdomein E3

21. Gegeven is de lijn *l* met vergelijking $2x + y = 10$ (*x* en *y* in meter). Over deze lijn beweegt een punt *P* met snelheid 1 m/s. Op *t* = 0 sec bevindt *P* zich in het punt met coördinaten (0, 10). *P* beweegt in de richting van de positieve x-as.
a) Beschrijf de baan van *P* met een vectorvoorstelling.
b) Op welk tijdstip passeert *P* de x-as?
c) Op welk tijdstip bevindt *P* zich het dichtst bij de oorsprong?

We kunnen punt *P* de lijn l versneld laten doorlopen door de vectorvoorstelling
$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2 \\ 10 - 2t^2 \end{pmatrix}$ te kiezen. Hierin is t de tijd in seconde.
d) Bereken de snelheid van *P* op het moment dat de x-as wordt gepasseerd.
e) Bereken de versnelling van *P* in m/s^2.

22. Gegeven zijn de punten *O*(0, 0) en *A*(6, 2). Lijnstuk *OA* is zijde van de gelijkzijdige driehoek *OAB*. Hoekpunt *B* heeft een positieve y-coördinaat. Zie de figuur.
Bereken de exacte coördinaten van het punt *B*.



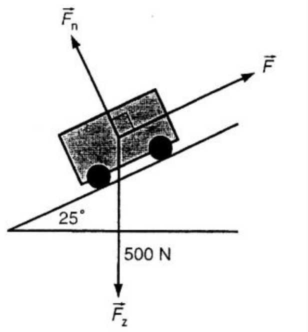
23. Zwaartepunten.
Bereken de coördinaten van het zwaartepunt van het volgende systeem:
a) Drie puntmassa's met gelijk gewicht, elk in een van de punten (0, 0), (4, 4) en (2, 8).
b) Zie a), maar nu is het gewicht in (0, 0) twee keer zo groot.

24. Drie ijzeren staven vormen een rechthoekige gelijkbenige driehoek met rechthoekszijden van 10 meter lengte. De staven zijn even dik en ze zijn alle van hetzelfde homogene metaal gemaakt.
Bereken de afstand van het zwaartepunt van de driehoek tot de langste zijde.

25. Gegeven zijn de bewegingsvergelijkingen van een punt *P*:
x = 2 + 2sin πt en y = 3 – 2cos πt (x en y in meter, t in seconde).
a) Bepaal het eerste tijdstip na *t* = 1000, waarop *P* het hoogste punt van de baan bereikt.
b) Druk de snelheid en de versnelling van punt *P* uit in t.

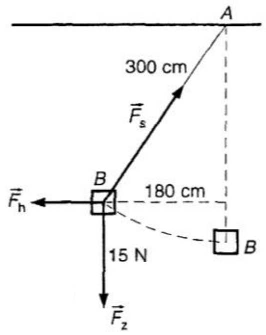
26. Gegeven is driehoek *ABC* met *A*(1, 1), *B*(6, 6) en *C*(0, –6).
Bereken $\angle CAB$ in hele graden nauwkeurig.

27. Hieronder zie je een karretje op een hellend vlak. Op het karretje werkt de zwaartekracht $\vec{F_z}$,
met $\vec{F_z} = 500\ \text{N}$.



Bereken hoe groot de kracht $\vec{F}$ moet zijn om het karretje op zijn plaats te houden.

28. Een voorwerp *B* hangt aan een touw van 300 cm. Het wordt door een horizontale kracht 180 cm opzij getrokken. Zie de figuur. Van de drie getekende krachten is de resulterende kracht nul.

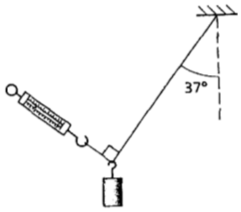


a) Bereken hoeveel cm het voorwerp *B* omhoog is gegaan.

b) Bereken de kracht $\vec{F_h}$ waarmee het voorwerp *B* opzij wordt getrokken.

c) Bereken de spankracht $\vec{F_s}$.

29. Een voorwerp dat aan een touw hangt, is over een hoek van 37° opzij getrokken. Zie de figuur. De krachtmeter wijst 15 N aan.



a) Teken in de figuur de vectoren die horen bij de kracht die door de krachtmeter wordt uitgeoefend, de spankracht in het touw en de zwaartekracht die op het voorwerp werkt.
b) Bereken de grootte van deze krachten.

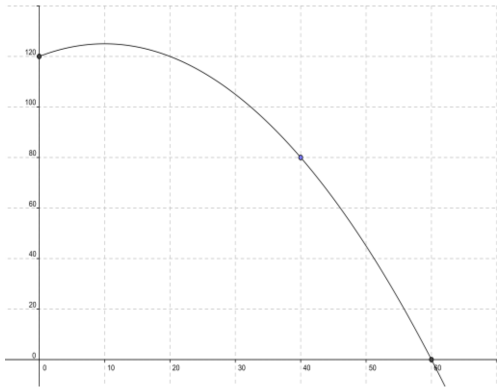
30. Een cirkel wordt doorlopen volgens de parametervoorstelling: $\begin{cases} x = 3\cos(bt) \\ y = 3\sin(bt) \end{cases}$

Hierin zijn x en y in meter en t in seconde.
a) De snelheid waarmee de cirkel wordt doorlopen is 2 m/s. Bereken b.
b) De versnelling waarmee de cirkel wordt doorlopen is 0,12 m/s^2. Bereken b.

31. Een puntmassa wordt afgeschoten vanaf een punt dat op 120 meter hoogte ligt. Hij beschrijft een parabolische baan.
Zie de tekening.
De beweging van de puntmassa wordt beschreven door de vectorvoorstelling

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10t \\ 120 + 10t - 5t^2 \end{pmatrix}$$

(x en y in meter, t in seconde).



a) Bereken de coördinaten van het punt van deze baan waarin de snelheidsvector horizontaal is.
b) Bereken de hoek waaronder de puntmassa wordt afgeschoten.
c) Stel een vectorvoorstelling op van de raaklijn aan deze baan op het tijdstip t = 4.
d) Bereken de exacte snelheid van de puntmassa op het moment dat hij de grond raakt.
e) Toon aan dat de puntmassa een constante versnelling heeft.

4. Algebraïsche vaardigheden

In dit hoofdstuk worden de eisen wat betreft algebraïsche vaardigheden beschreven voor de examenkandidaten wiskunde havo en vwo, voor de programma's wiskunde C (alleen vwo), wiskunde A en wiskunde B. De syllabuscommissies vinden het nodig voor algebra de overeenkomsten en verschillen voor deze vakken zo duidelijk mogelijk te omschrijven. Enkele argumenten hiervoor zijn:

- docenten (en leerlingen) moeten een helder beeld hebben van de eisen die per vak worden gesteld aan het beheersen van algebraïsche vaardigheden,
- het vervolgonderwijs moet duidelijk worden gemaakt op welke vaardigheden mag worden gerekend, gegeven de beperkte tijd die beschikbaar is voor het wiskundeonderwijs.

In paragraaf 4.1 gaan we in op specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden en de rol die de rekenmachine hierbij speelt. In paragraaf 4.2 staat de lijst van specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden. Per programma, havo A, havo B, vwo C, vwo A en vwo B, is aangegeven welke vaardigheden van toepassing zijn. In paragraaf 4.3 geven we voor wiskunde B in vwo een aantal voorbeelden van de specifieke algebraïsche vaardigheden.
In de syllabi voor wiskunde A en B van het vwo is in bijlage 2 de lijst formules opgenomen zoals die bij het betreffende eindexamen wordt afgedrukt. Bij de eindexamens wiskunde voor havo A en B en voor vwo wiskunde C wordt geen lijst met formules afgedrukt.

4.1 Specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden

Algebraïsche vaardigheden zijn geen doel in zichzelf, maar onderdeel van wiskundige activiteiten. Door algebraïsche expressies te bewerken kunnen we bijvoorbeeld de juistheid van beweringen aantonen, kunnen we het rekenwerk vaak vereenvoudigen en kunnen we vergelijkingen zo herschrijven dat ze exact zijn op te lossen.
Om verder te verduidelijken wat van de examenkandidaten wordt verwacht maken we een onderscheid tussen specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden.

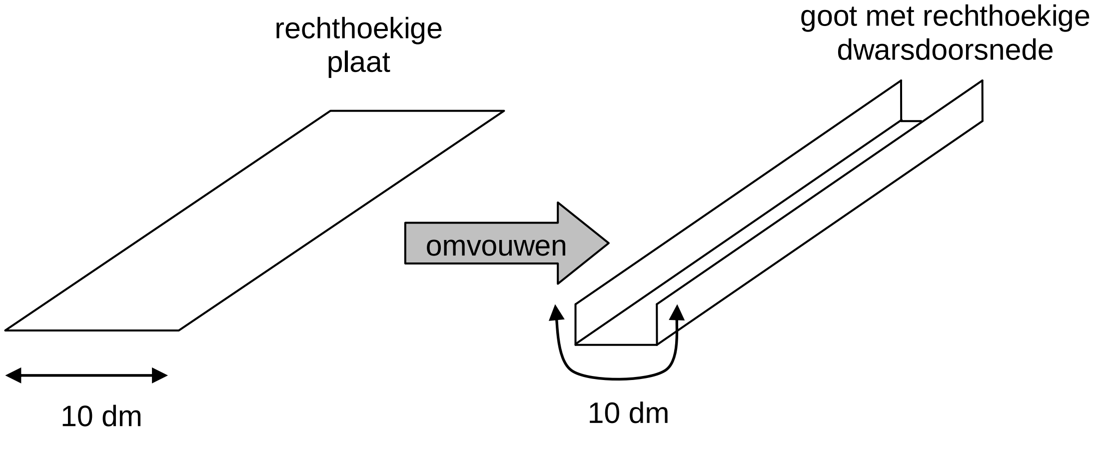
Specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden
Bij specifieke algebraïsche vaardigheden gaat het om parate kennis en het vlot kunnen toepassen van de bijbehorende vaardigheden op de voorkomende algebraïsche expressies. Deze vaardigheden hebben betrekking op algoritmisch werken en algebraïsch rekenen. Het gaat hier bijvoorbeeld om kennis en gebruik van rekenregels, inclusief het werken met haakjes, bij het invullen van getallen of variabelen in een expressie en het gebruik van algoritmen om een vergelijking op te lossen.
Bij algemene algebraïsche vaardigheden spelen aspecten als aanpak, globale strategie, het herkennen van structuren en methoden, en doelgerichtheid een rol. Leerlingen moeten de structuur van een expressie kunnen herkennen, moeten kwalitatief kunnen redeneren aan de hand van een formule (zoals stijgen/dalen, symmetrie en asymptotisch gedrag), moeten een formule kunnen opstellen door het generaliseren van getallenvoorbeelden of het combineren van bekende formules, moeten verbanden zien tussen de verschillende representaties van een functie en moeten kunnen wisselen tussen 'betekenisloos manipuleren' en betekenis toekennen aan de variabelen en parameters. Bij deze algemene algebraïsche vaardigheden wordt een beroep gedaan op de denkactiviteiten zoals genoemd in het visiedocument van cTWO.
Samenvattend zijn de specifieke vaardigheden die vaardigheden waarvan wordt verwacht dat de examenkandidaat deze snel en geroutineerd kan uitvoeren, terwijl voor de algemene vaardigheden de examenkandidaat in staat moet zijn met inzicht en vooruit denkend te handelen.

Gebruik van de GR
Bij wiskunde C en wiskunde A is het gebruiken van wiskundig gereedschap bedoeld om contextproblemen mee te analyseren en op te lossen. Omdat in toepassingen veelal met benaderde waarden van grootheden wordt gewerkt, ligt het niet voor de hand om exacte antwoorden te eisen. In veel gevallen zal de GR daarbij zinvol kunnen worden ingezet. Daar waar de nadruk ligt op globale, meestal kwalitatieve redeneringen wordt eventueel gebruik van de GR niet beloond via de normering.

Bij wiskunde B daarentegen zullen zeker ook abstracte vraagstukken voorkomen waarvoor met behulp van algebra een exacte oplossing gevonden moet worden. Ook hier wordt eventueel gebruik van de GR niet beloond via de normering.

Per vak zullen de eisen met betrekking tot specifieke vaardigheden verschillen: bij wiskunde B zal het repertoire aan parate kennis en vaardigheden groter dienen te zijn dan bij wiskunde C of A. Ook het aantal denk- of rekenstappen om tot een oplossing te komen, zal bij wiskunde B groter kunnen zijn.
In de volgende voorbeelden proberen we deze verschillen tussen wiskunde A, B en C te illustreren.

Voorbeeldopgave 1 (vwo)
Wiskunde B: Gegeven is de formule $G = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$, waarbij I_0 een constante is. Hoe verandert de waarde van G als I twee keer zo groot wordt? Bewijs je uitspraak.
Wiskunde A: Het geluidsniveau G (in dB) is afhankelijk van de intensiteit I van het geluid (in W/m2). Het verband wordt gegeven door de formule $G = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$. a. Toon aan dat de formule te herschrijven is tot $G = 10 \cdot \log(I) + 120$. Als I verdubbeld wordt, dan zal G (ongeveer) 3 groter worden. b. Toon dit aan door de formules $G = 10 \cdot \log(2I) + 120$ en $G = 10 \cdot \log(I) + 120$ te vergelijken.
Wiskunde C: Het geluidsniveau G (in dB) is afhankelijk van de intensiteit I van het geluid (in W/m2). Het verband wordt gegeven door de formule $G = 10 \cdot \log(I) + 120$. Onderzoek door middel van getallenvoorbeelden hoe G verandert als I verdubbeld wordt.
Bij alle vakken (wiskunde A, B en C) kan ook een formule voor I uitgedrukt in G, gevraagd worden.

Voorbeeldopgave 2 (havo en vwo)
Van een lange rechthoekige plaat met een breedte van 10 dm wordt aan weerszijden een even brede rand omgevouwen zodat een goot ontstaat met een rechthoekige dwarsdoorsnede. Zie de tekening. 
Wiskunde B: a. Bereken hoe groot de oppervlakte van de dwarsdoorsnede maximaal kan zijn. Voor de volgende vraag heeft de lange rechthoekige plaat een breedte van a (in dm). b. Bereken hoe de maximale oppervlakte van de dwarsdoorsnede afhangt van a.
Wiskunde A: a. Toon aan dat de oppervlakte A van de dwarsdoorsnede gelijk is aan $A = 10x - 2x^2$ (x in dm en A in dm2), waarbij x de hoogte is van de goot.

b. Bereken de maximale oppervlakte van de dwarsdoorsnede. (eventueel: Bereken met behulp van de afgeleide de maximale oppervlakte)

Wiskunde C:

In de tabel hieronder zie je het verband tussen de hoogte x van de goot en de oppervlakte van de dwarsdoorsnede.

Hoogte x (in dm)	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	…..	
Oppervlakte (in dm2)	8	9,12	10,08	10,88	11,52	12	12,32	…..	

a. Bereken de oppervlakte bij een hoogte van $x = 2,6$.

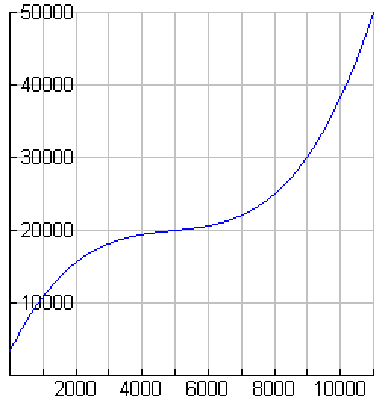
b. Maak een formule voor de oppervlakte van de dwarsdoorsnede, uitgedrukt in x.

c. Onderzoek, met tabel of formule, bij welke hoogte de oppervlakte van de dwarsdoorsnede maximaal is.

Voorbeeldopgave 3 (havo)

In een bedrijf dat verpakkingen produceert wordt het verband tussen de totale kosten TK (in euro's) en het aantal geproduceerde verpakkingen q gegeven door de functie $TK = 0,00000012q^3 - 0,00177q^2 + 9,2q + 3250$.

Hiernaast zie je de grafiek van TK.



Wiskunde B:

a. Toon aan met behulp van de afgeleide dat TK stijgt tussen $q = 0$ en $q = 10\,000$.

De gemiddelde kosten GK worden berekend met de formule $GK = \frac{TK}{q}$.

b. Bereken GK voor $q = 10\,000$ met behulp van de formule en geef aan hoe je GK kunt aflezen uit de grafiek.

c. De formule voor GK is te herschrijven in de vorm $GK = a \cdot q^2 + b \cdot q + c + d \cdot q^{-1}$. Geef a, b, c en d.

d. Bereken met behulp van de afgeleide voor welke waarde van q de gemiddelde kosten minimaal zijn. Geef aan hoe je dit minimum uit de grafiek kunt aflezen.

Wiskunde A:

De gemiddelde kosten GK worden berekend met de formule $GK = \frac{TK}{q}$.

a. Bereken GK voor $q = 10\,000$ met behulp van de formule.

b. Bereken de minimale gemiddelde kosten. (*)

De formule van GK kan geschreven worden in de vorm: $GK = F + \frac{3250}{q}$ waarbij F een formule is die hoort bij een tweedegraads verband.

c. Geef de formule voor F.

(*) Leerlingen mogen dit dus met de GR bepalen

4.2 Algebraïsche vaardigheden, een overzicht

In het volgende overzicht hanteren we het in paragraaf 4.1 beschreven onderscheid in specifieke en algemene vaardigheden. De algebraïsche vaardigheden moeten in samenhang met het betreffende programma worden gelezen. De opsomming is indicatief.
Vervolgens worden in paragraaf 4.3 bij een aantal categorieën korte voorbeelden gegeven waaruit valt af te lezen welke specifieke vaardigheden van een kandidaat worden verwacht.
Bij de onderstaande opsomming van specifieke vaardigheden geldt zeker dat een deel (wellicht alleen in zijn grondvorm) reeds bekend verondersteld mag worden vanuit de onderbouw. Denk bijvoorbeeld aan de voorrangsregels en het werken met haakjes, eenvoudige breukvormen en wortels.
Op de plaats van A, B, C en D in vergelijkingen van de volgende tabel kunnen ook eenvoudige expressies staan, zoals $ax+b$, $\frac{a}{x}$ en x^2.
Niet aan de orde komen de regels die horen bij het differentiëren.

De vaardigheden genoemd bij categorieën A t/m D moeten in beide richtingen kunnen worden uitgevoerd, tenzij anders is vermeld.
Beperkende voorwaarden zoals bijvoorbeeld: noemers van breuken zijn ongelijk 0, vormen onder worteltekens zijn groter dan of gelijk aan 0, zijn niet altijd vermeld.

		havo		vwo		
Specifieke vaardigheden		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
A. Breukvormen	$\frac{A}{B}+\frac{C}{D}=\frac{AD+BC}{BD}$	x	x	x	x	x
	$\frac{A}{B}+C=\frac{A+BC}{B}$	x	x	x	x	x
	$A\cdot\frac{B}{C}=\frac{A\cdot B}{C}=\frac{A}{C}\cdot B=A\cdot B\cdot\frac{1}{C}$	x	x	x	x	x
	$\frac{A}{B}\cdot\frac{C}{D}=\frac{A\cdot C}{B\cdot D}$	x	x	x	x	x
	$\frac{A}{\frac{B}{C}}=\frac{A\cdot C}{B}$	x	x	x	x	x
B. Wortelvormen	$\sqrt{A\cdot B}=\sqrt{A}\cdot\sqrt{B}$ mits $A,B\geq 0$	x	x	x	x	x
	$\sqrt{\frac{A}{B}}=\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ mits $A\geq 0$, $B>0$	x	x	x	x	x
C. Bijzondere producten	haakjes wegwerken en ontbinden in factoren: $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ havo A, vwo A en vwo C: alleen haakjes wegwerken	x	x	x	x	x
	2. $(A+B)(C+D)=AB+AD+BC+BD$	x	x	x	x	x
	3. $A^2\pm 2AB+B^2=(A\pm B)^2$		x			x
	4. $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$		x			x
	5. kwadraat afsplitsen: x^2+px+q schrijven in de vorm $(x+r)^2+s$		x			x

		havo		vwo		
Specifieke vaardigheden		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
D. Machten en logaritmen	1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$	x	x	x	x	x
	2. $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$	x	x	x	x	x
	3. $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$	x	x	x	x	x
	4. $(ab)^p = a^p \cdot b^p$	x	x	x	x	x
	5. $\frac{1}{a^p} = a^{-p}$	x	x	x	x	x
	$\sqrt[p]{a} = a^{\frac{1}{p}}$ met p positief en geheel		x	x	x	x
	${}^g\log(a) + {}^g\log(b) = {}^g\log(a \cdot b)$		x		x	x
	${}^g\log(a) - {}^g\log(b) = {}^g\log(\frac{a}{b})$		x		x	x
	${}^g\log(a^p) = p \cdot {}^g\log(a)$		x		x	x
	${}^g\log(a) = \frac{{}^p\log(a)}{{}^p\log(g)}$ vwo C: alleen $p = 10$		x	x	x	x
	${}^g\log(a) = \frac{\ln(a)}{\ln(g)}$				x	x
E. Goniometrie	voor formules zie betreffende domein		x			x
F. Herleidingen uitvoeren aan de hand van de elementen genoemd bij A tot en met D	via substitutie van getallen	x	x	x	x	x
	via substitutie van expressies	x	x	x	x	x
	via het omwerken van formules	x	x	x	x	x
G. Vergelijkingen oplossen met behulp van algemene vormen	$A \cdot B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \; of \; B = 0$	x	x	x	x	x
	$A \cdot B = A \cdot C \Leftrightarrow A = 0 \; of \; B = C$ vwo C en havo A: $A \cdot B = A \cdot C, A \neq 0 \Rightarrow B = C$	x	x	x	x	x
	$\frac{A}{B} = C \Leftrightarrow A = B \cdot C$	x	x	x	x	x
	$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow A \cdot D = B \cdot C$	x	x	x	x	x
	$A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = B \; of \; A = -B$		x		x	x
	$\sqrt{A} = B \Leftrightarrow A = B^2$ mits $A, B \geq 0$	x	x	x	x	x

		havo		vwo		
Specifieke vaardigheden		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
H. Vergelijkingen oplossen via algoritmen	eerstegraadsvergelijkingen $ax+b=0 \Rightarrow x=-\frac{b}{a}$	x	x	x	x	x
	tweedegraadsvergelijkingen abc-formule $ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$		x			x
	$x^n=c \Rightarrow x=c^{\frac{1}{n}}$ als n oneven is	x	x	x	x	x
	$x^n=c \Rightarrow x=c^{\frac{1}{n}}$ of $x=-c^{\frac{1}{n}}$ als n even is					
	4. $g^x=a \Rightarrow x={}^{g}\log(a)$		x	x	x	x
	$e^x=a \Rightarrow x=\ln(a)$				x	x
	${}^{g}\log(x)=b \Rightarrow x=g^b$		x	x	x	x
	$\ln(x)=b \Rightarrow x=e^b$				x	x
	$\lvert x\rvert=c \Rightarrow x=c$ of $x=-c$					x
I. Vergelijkingen oplossen met behulp van standaardfuncties	$f(A)=c$		x			x
	$f(A)=f(B)$		x			x
K. Vergelijkingen en ongelijkheden van het type $f(x)=g(x)$ resp. $f(x)\geq g(x)$ oplossen	grafisch, waaronder ICT	x	x	x	x	x
	exact, indien f en g lineair zijn	x	x	x	x	x
	vergelijkingen en ongelijkheden die niet vallen onder 2. exact, indien mogelijk		x		x	x

		havo		vwo		
Algemene vaardigheden		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
L. **Formules opstellen**	door variabelen te kiezen bij een probleemsituatie	x	x	x	x	x
	van standaardfunctie					
	eerstegraads/lineaire functie	x	x	x	x	x
	tweedegraadsfunctie		x		x	x
	exponentiële functie	x	x	x	x	x
	logaritmische functie		x		x	x
	goniometrische functie		x		x	x
	machtsfunctie		x		x	x
	absolute waarde functie					x
	door generaliseren via getallenvoorbeelden	x	x	x	x	x
	door schakelen van formules	x	x	x	x	x
M. **Expressies herkennen**	vaststellen of een (deel)expressie behoort tot een van de volgende families					
	eerstegraads/lineaire functies	x	x	x	x	x
	tweedegraadsfuncties	x	x	x	x	x
	exponentiële functies	x	x	x	x	x
	logaritmische functies		x	x	x	x
	goniometrische functies		x		x	x
	machtsfuncties	x	x	x	x	x
	structuur van een expressie vaststellen	x	x	x	x	x
	rol van een voorkomende parameter bepalen	x	x		x	x
N. **Karakteristieken bepalen**	kwalitatief redeneren over expressies of delen daarvan met betrekking tot karakteristieken als					
	uiterste waarden	x	x	x	x	x
	stijgen of dalen	x	x	x	x	x
	symmetrie		x		x	x
	asymptotisch gedrag	x	x	x	x	x
O. **Algebraïsche expressies reduceren en representeren**	complexe delen van een expressie vervangen door 'plaatsvervangers' zodat herkenbare expressies ontstaan	x	x		x	x
	flexibel kunnen wisselen tussen betekenis toekennen aan symbolen en betekenisloos kunnen manipuleren		x			x
	flexibel verschillende representaties van functies (formule, tabel, grafiek) kunnen inzetten en tussen deze representaties kunnen wisselen	x	x	x	x	x

4.3 Algebraïsche vaardigheden en vwo wiskunde B

De eisen die aan de wiskunde B kandidaten worden gesteld ten aanzien van algebra zijn divers. Zo moet een kandidaat in staat zijn algebra te gebruiken bij het modelleren en oplossen van een in een context gesteld probleem, maar zal hij ook in staat moeten zijn om een meer abstracte opgave op te lossen of een algebraïsch bewijs te leveren.
Bij contextproblemen zal de GR vaker zinvol kunnen worden ingezet dan bij strikt wiskundige problemen, omdat in realistische probleemsituaties vaak met benaderende getallen (of aantallen) wordt gewerkt. De eis om een vraag met algebraïsch handelen te beantwoorden zal daarom ook expliciet zo worden geformuleerd.

Algebraïsche activiteit (voorbeelden van specifieke vaardigheden)	
A. Breukvormen	$37,5\cdot\frac{\frac{960}{x}}{2}+180x=\frac{18000}{x}+180x$ $\left(6,9+\frac{298,8}{\frac{L}{T}\cdot 3600}\right)\cdot L=6,9L+0,083T$ $V=\frac{opp\cdot tijd\cdot\Delta Temp}{R}\rightarrow R=\ldots$ $\frac{a}{b}\cdot M=\frac{c}{d}\rightarrow M=\frac{\ldots}{\ldots}$ $\frac{2q^2-8q+16}{q}=2q-8+\frac{16}{q}$ $\frac{3000}{t}\cdot\left(1-\frac{1}{t}\right)=\frac{3000t-3000}{t^2}$ $\frac{60v}{k+\frac{v^2}{2a}}=\frac{120av}{2ak+v^2}$ $\frac{1300-A}{A}=44\cdot 0,87^t\rightarrow A=\frac{1300}{1+44\cdot 0,87^t}$ $\frac{3x+7}{(x+2)(x+3)}=\frac{a}{x+2}+\frac{b}{x+3}\rightarrow a=\ldots$ en $b=\ldots$
B. Wortelvormen	$\sqrt[3]{1000x}=10x^{\frac{1}{3}}$ $\sqrt{1-x}+\frac{x}{\sqrt{1-x}}=\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ $\sqrt{1-x^2}+x\cdot\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ $x\sqrt{x+1}+2\sqrt{x+1}=(x+2)\sqrt{x+1}$

C. Bijzondere producten	$(30-2x)^2\cdot x=4x^3-120x^2+900x$ $a\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)^2-a\cdot\left(1-\frac{1}{n}\right)^2=\frac{4a}{n}$ Toon aan: $\frac{1}{4}\left(\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}\right)^2+1=\frac{1}{4}\left(\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}\right)^2$ $x^2-8x+5=(x-4)^2-11$
D. Machten en logaritmen	$2000t^{-2}-40\,000t^{-3}=0\rightarrow t=\ldots$ $\left(a^{-5}b\right)\left(a^3bc\right)=a^{-2}b^2c=\frac{b^2c}{a^2}3x=5$ $1000\cdot(0{,}1)^{0{,}05x}\rightarrow 1000\cdot g^x$ met $g=\ldots$ $11\,000\cdot 0{,}9^t\cdot\left(0{,}7-0{,}5\cdot 0{,}9^{2t}\right)=7700\cdot 0{,}9^t-5500\cdot 0{,}9^{3t}$ $0{,}007\cdot(8G)^{0{,}425}\cdot(2L)^{0{,}725}=4\cdot 0{,}007\cdot G^{0{,}425}\cdot L^{0{,}725}$ $\log G=2\cdot\log D+c\rightarrow G=10^c\cdot D^2$ $\log y=a+b\cdot x\rightarrow y=10^a\cdot\left(10^b\right)^x$
E. Goniometrie	$\tan^2 x+1=\frac{1}{\cos^2 x}$ $\sin^4 x-\cos^4 x=\sin^2 x-\cos^2 x$ $\sin^2 t=1+2\cos t\rightarrow\cos t=\ldots$ Op $[0,2\pi]$: $2x\sin x=x\sqrt{3}\rightarrow x=0$ of $x=\frac{1}{3}\pi$ of $x=\frac{2}{3}\pi$
F. 'Herleidingen' uitvoeren aan de hand van de elementen genoemd bij A-D	Gegeven is $D=6{,}9\sqrt{T-12}$. Schrijf T als functie van D. $\left.\begin{array}{l}a-b=178\\ a-0{,}36b=205\end{array}\right\}\rightarrow a=\ldots$ en $b=\ldots$ $\left.\begin{array}{l}V=R^3\\ O=6R^2\end{array}\right\}$ Druk O uit in V en druk V uit in O. $\left.\begin{array}{l}L\cdot B=30\\ K=\frac{18\,547}{L}+56{,}6L+\frac{5279}{B}+90{,}8B\end{array}\right\}$ Druk K uit in L.

	$V=87-\dfrac{20}{M+0{,}05}\rightarrow M=\ldots$ $K=\dfrac{1}{10}A+150$ en $A=\dfrac{1}{3}q^2\rightarrow K=\dfrac{q^2}{30}+150$ $\left.\begin{array}{l} S=\dfrac{1000}{R^3} \\ R=\sqrt{100+x^2}\end{array}\right\}\rightarrow S=1000\cdot\left(100+x^2\right)^{-1{,}5}$ $\dfrac{7}{2}x-5=-4y+40\rightarrow y=-\dfrac{7}{8}x+\dfrac{45}{4}$ $\dfrac{y}{\sqrt{x^2+9}}=\dfrac{x+1}{x}\rightarrow y=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\sqrt{x^2+9}$
G. Vergelijkingen oplossen met behulp van algemene vormen	$-q^2+2bq=0\rightarrow q=\ldots$ of $q=\ldots$ $\left(4x^2-1\right)\cdot 3=(3x+1)\cdot\left(4x^2-1\right)\rightarrow x=\ldots$ of $x=\ldots$ of $x=\ldots$ $\left(4x^2-8\right)^3(2x+1)=0\rightarrow x=\ldots$ of $x=\ldots$ of $x=\ldots$ $\dfrac{4\frac{1}{2}}{\sqrt{t}}-3=0\rightarrow t=\ldots$ $x+\sqrt{8+x}=4\rightarrow x=\ldots$ $G=10\cdot\log I+90\rightarrow I=\ldots$ $P=100\cdot\left(1-2^{-c\cdot t}\right)$ en $P=50\rightarrow t=\ldots$
I. Vergelijkingen oplossen met behulp van standaardfuncties	$\sin(3x)-1=0$ algebraïsch oplossen $10^{3x+5}=6$ algebraïsch oplossen $2^{-x+1}=2^{2x}$ algebraïsch oplossen

Bijlage 1: Examenprogramma

Het eindexamen
Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen.
Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Formules, functies en grafieken
Domein C	Differentiaal- en integraalrekening
Domein D	Goniometrische functies
Domein E	Meetkunde met coördinaten
Domein F	Keuzeonderwerpen

Het centraal examen
Het centraal examen heeft betrekking op de domeinen B, C, D en E in combinatie met de vaardigheden uit domein A.
Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast.
Het CvE maakt indien nodig een specificatie bekend van de examenstof van het centraal examen.

Het schoolexamen
Het schoolexamen heeft tenminste betrekking op domein A en

- domein F;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

De examenstof
Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1. Algemene vaardigheden
1 De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden
2 De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar het oorspronkelijke probleem terugvertalen.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden
3 De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige, algebraïsche en deductieve vaardigheden en kan de bewerkingen uitvoeren zonder ICT en waar nodig met ICT.

Domein B: Functies, grafieken en vergelijkingen

Subdomein B1: Formules en functies
4. De kandidaat kan formules interpreteren en bewerken, bij een verband tussen twee variabelen een grafiek tekenen in een assenstelsel en bepalen of een gegeven formule herschreven kan worden als functievoorschrift.

Subdomein B2: Standaardfuncties
5. De kandidaat kan grafieken tekenen en herkennen van de volgende standaardfuncties: machtsfuncties met rationale exponenten, exponentiële functies, logaritmische functies, goniometrische functies en de absolute-waardefunctie en kan van deze verschillende typen functies de karakteristieke eigenschappen benoemen en gebruiken

Subdomein B3: Functies en grafieken
6 De kandidaat kan functievoorschriften opstellen, bewerken, combineren, de

bijbehorende grafieken tekenen en aan de hand van een functievoorschrift zonder hulpmiddelen kwalitatieve uitspraken doen over de functie en haar grafiek.

Subdomein B4: Inverse functies

7. De kandidaat kan het begrip inverse functie hanteren en de inverse van een functie gebruiken bij het oplossen van problemen.

Subdomein B5: Vergelijkingen en ongelijkheden

8. De kandidaat kan vergelijkingen en ongelijkheden algebraïsch oplossen

Subdomein B6: Asymptoten en limietgedrag van functies

9. De kandidaat kan het asymptotisch gedrag van functies bepalen en dit met limietberekening aantonen.

Domein C: Differentiaal- en integraalrekening

Subdomein C1: Afgeleide functies

10 De kandidaat kan de eerste en tweede afgeleide van een functie begripsmatig hanteren en gebruiken om die functie te onderzoeken en de eerste en tweede afgeleide gebruiken in toepassingen.

Subdomein C2: Technieken voor differentiëren

11. De kandidaat kan de eerste en tweede afgeleide van functies bepalen met behulp van de regels voor het differentiëren en daarbij algebraïsche technieken gebruiken.

Subdomein C3: Integraalrekening

12. De kandidaat kan in geschikte toepassingen een bepaalde integraal opstellen en exact berekenen.

Domein D: Goniometrische functies

Subdomein D1: Goniometrische functies en vergelijkingen

13 De kandidaat kan bij periodieke verschijnselen formules opstellen en bewerken, de bijbehorende grafieken tekenen, vergelijkingen oplossen en hierbij de periodiciteit met inzicht gebruiken.

Domein E: Meetkunde met coördinaten

Subdomein E1: Meetkundige vaardigheden

14 De kandidaat kan eigenschappen van meetkundige objecten onderzoeken en bewijzen en kan daarbij gebruik maken van algebraïsche technieken en van ICT.

Subdomein E2: Algebraïsche methoden in de vlakke meetkunde

15 De kandidaat kan eigenschappen van aard en ligging van cirkels, lijnen en andere daarvoor geschikte figuren, onderzoeken met behulp van algebraïsche voorstellingen, kan in een gegeven of zelfgekozen coördinatenstelsel algebraïsche voorstellingen van figuren opstellen en kan algebraïsche voorstellingen gebruiken om meetkundige problemen op te lossen.

Subdomein E3 : Vectoren en inproduct

16 De kandidaat kan met behulp van de begrippen afstand, vector en inproduct eigenschappen van figuren in het vlak afleiden, uitrekenen en bewijzen.

Subdomein E4: Toepassingen

17 De kandidaat kan de aangegeven technieken toepassen in geschikte natuurwetenschappelijke en technische situaties.

Bijlage 2: Lijst van formules die in het examen wordt opgenomen

Goniometrie

$\sin(t+u)=\sin t\cos u+\cos t\sin u$	$\sin(2t)=2\sin t\cos t$
$\sin(t-u)=\sin t\cos u-\cos t\sin u$	
$\cos(t+u)=\cos t\cos u-\sin t\sin u$	$\cos(2t)=\cos^2 t-\sin^2 t=2\cos^2 t-1=1-2\sin^2 t$
$\cos(t-u)=\cos t\cos u+\sin t\sin u$	

Bijlage 3: Voorbeeldexamenopgaven

De voorbeeldexamenopgaven zijn apart gepubliceerd op cve.nl.