CvTE / Cito

Correctievoorschriften bij de centrale examens wiskunde havo/vwo

Bij de correctie van de centrale examens proberen Cito en CvTE altijd een zo helder mogelijk correctievoorschrift op te stellen. Dat dat niet altijd voor de volle 100% lukt zal niemand ontkennen – ook de opstellers van het correctievoorschrift niet. In dit artikel gaan we in op vragen die herhaaldelijk voorkomen en waar dus in het cv en de syllabus blijkbaar onvoldoende helder is aangegeven wat er van de kandidaat wordt verwacht. We bespreken eerst enkele algemene punten, vervolgens gaan we in op de wiskunde B-specifieke en wiskunde A/C-specifieke aspecten.

Inleiding

In het verleden zijn naar aanleiding van examenvergaderingen en evaluaties door CvTE en Cito artikelen in *Euclides* [1], [2], [3] gepubliceerd die het een en ander verduidelijken. Deze verschenen na het invoeren van de huidige wiskundeprogramma's, maar sindsdien zijn er verdere ontwikkelingen rondom de examens en de correctievoorschriften geweest. Daarnaast ontvangen we vragen via de examenlijn van CvTE die voornamelijk individueel worden beantwoord, terwijl we daar allemaal ons voordeel mee kunnen doen. Daarom leek het tijd voor een actualisatie; in onderstaand artikel proberen de auteurs meer helderheid te verschaffen over de correctievoorschriften bij wiskunde - in de wetenschap dat 'de volle 100%' altijd wel een streven zal blijven.

Uitgangspunten

Een belangrijk uitgangspunt van het correctievoorschrift is dat goede prestaties van kandidaten worden beloond en dat de verdiende scorepunten voor wat eenmaal goed is gedaan, in principe niet meer kunnen worden kwijtgeraakt door latere handelingen. Hierbij hoort ook dat de wiskundige aanpak soms in het correctievoorschrift in kleine deelstappen uiteen is gezet, terwijl een aantal kandidaten deze deelstappen 'in één keer' zetten. De kandidaat verdient dan mogelijk een scorepunt zonder de betreffende deelstap expliciet genoteerd te hebben. Het correctievoorschrift geeft ook aan hoeveel punten mogen worden toegekend wanneer een kandidaat de opgave niet volledig beantwoordt. Voorbeeld uit wiskunde A vwo 2024-1 (vraag 13), zie figuur 1.

13 maximumscore 2

- (Het aantal hectare grasland in 1990 was) $\frac{150\,000}{0{,}14} = 1\,071\,428{,}...$ (of $\frac{150}{0{,}14} = 1\,071{,}4...$ duizend) 1
- Het antwoord: $1\,071\,428{,}... - 150\,000 = 921\,428{,}...$, dus 921 000 (hectare) (of $1\,071{,}4... - 150 = 921{,}4...$, dus 921 duizend (hectare)) 1

figuur 1

De twee scorepunten voor deze vraag kunnen ook in één keer worden behaald door een kandidaat die noteert: (150 000 / 0,14) – 150 000 = 921, 4... dus 921 000 (hectare).

We proberen waar het relevant is met haakjes onderdelen aan te geven die niet genoteerd hoeven te worden. Zie hierboven. We zijn ons ervan bewust dat een veelheid aan haakjes het correctievoorschrift niet altijd leesbaarder maakt. Dus we rekenen op de deskundigheid van de correctoren om hier verstandig mee om te gaan.

Bij wiskunde B werden alternatieven voor enkelvoudige redeneerstappen ook wel tussen haakjes gezet. Dit proberen we zo veel mogelijk te vervangen door de volgende omschrijving: 'Een exacte berekening waaruit volgt...'. Voorbeeld uit wiskunde B havo 2025-1 (vraag 4), zie figuur 2.

Wanneer in de vraagstelling 'onderzoek of' staat moet het antwoord met een conclusie afgesloten worden om alle punten te kunnen verdienen. Echter, als er staat 'Bewijs dat geldt...' of 'toon aan dat ...', dan is een eindconclusie van een leerling over het algemeen niet nodig, omdat het gestelde al is verwoord in de vraagstelling.

4 maximumscore 5

• Een exacte berekening waaruit volgt dat $x_T = -\frac{3}{4}$	1
• $y_T = f(-\frac{3}{4}) = -5\frac{1}{8}$	1
• (Op basis van symmetrie geldt) $x_D = -\frac{3}{4} + \frac{2\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2}$ (of $x_C = -\frac{3}{4} - \frac{2\frac{1}{2}}{2} = -2$)	1
• Dus $y_D = f(\frac{1}{2}) = -2$ (of $y_C = f(-2) = -2$)	1
• De gevraagde afstand is dus $(-2 - -5\frac{1}{8} =)\ 3\frac{1}{8}$	1

figuur 2

Verder is het niet zo dat in het correctievoorschrift alle mogelijke oplossingsmethoden beschreven staan. Daarvoor is de wiskunde immers te rijk en daarom is algemene regel 3.3 belangrijk:

Regel 3.3

Indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel.

Ook het stroomschema gepubliceerd op Examenblad.nl[4] kan helpend zijn. Het juist hanteren van deze regel vraagt een eigen wiskundige analyse van de correctoren. De corrector zal – als de situatie zich voordoet – de gevolgde oplossingsmethode van de kandidaat uitwerken en van scorepunten voorzien zoals in regel 3.3 omschreven. De corrector maakt dan dus als het ware zijn of haar eigen variant van een correctievoorschrift, aan de hand waarvan de uitwerking van de kandidaat beoordeeld kan worden. Als een alternatieve aanpak door veel kandidaten is gebruikt, is het verstandig deze eigen variant te delen met de tweede corrector.

Notaties bij wiskunde B

Voor wiskunde B ontvangen we veel vragen over de juistheid van notaties. Deze komen vaak voort uit een andere traditie van het wiskundeonderwijs. Er bestaan wisselende opvattingen over wat een 'mooie' notatie is. Zo was vroeger het zo ver mogelijk herleiden van antwoorden / wegwerken van wortels in de noemer/... een belangrijk onderdeel van het curriculum; met de huidige generatie rekenmachines is dit echter steeds minder relevant, en dus zijn we hier wat minder streng op. In het eindexamen wiskunde 1 van 1982 stond bijvoorbeeld (bij vraag 4c): $y = \sin 2t$. Dat was toen wiskundig juist en door iedereen werd begrepen dat hier geen sprake was van een lineair verband tussen y en t. In de veronderstelling dat er geen wiskundige reden is om hier in 2025 wezenlijk anders naar te kijken, is het daarom niet terecht om scorepunten in mindering te brengen als een kandidaat $y = \sin 2t$ opschrijft, terwijl er in het correctievoorschrift $y = \sin(2t)$ staat.

Een ander voorbeeld van veranderde opvattingen over juiste notatie is hoe we de oplossing $x = \sqrt{\frac{4}{8}}$ van een exacte vraagstelling, zoals 'bereken exact de waarde van x' beoordelen. Het antwoord is kort, zolang we in de vraagstelling geen andere eisen stellen aan een eindantwoord is dit antwoord juist. De vraag of we dit een mooi antwoord vinden, beantwoorden we niet.

En hoe zit het met het noteren van breuken en/of eindige decimale getallen, vragen sommigen zich af. Zolang we exact rekenen, kennen we geen afrondingen. Dus is in een exacte berekening zowel $\frac{5}{2}$ als 2,5 een juist exact antwoord. Het laatste antwoord geeft ook nog een goed beeld van de omvang/positie van het getal op de getallenlijn, wat voor het controleren van het antwoord erg prettig kan zijn. Hetzelfde geldt als een kandidaat het exacte antwoord met de decimale afronding erachter geeft, bijvoorbeeld $x = \sqrt{2} = 1{,}41\ldots$. Dan begrijpen we dat de kandidaat dit gebruikt om te checken of het antwoord klopt met een eigen inschatting en/of verwachting.

De vraag rijst natuurlijk of alles dan wordt toegelaten. Die vraag is lastig te beantwoorden. Uiteraard gaan we ervan uit dat in het onderwijs zelf gezocht wordt naar een eenvoudige en functionele notatie. Het is aan de docent om hier vorm aan te geven. Voor centrale toetsing willen we echter deze discussie niet voeren. We hopen dan ook dat het exacte eindantwoord $x = 3 + 4$ of $x = \frac{2{,}5}{6}$ niet wordt gegeven. Maar als dit wel zo wordt genoteerd, dan verdient de kandidaat de scorepunten die in de voorafgaande berekening zijn gemaakt en moeten we schoorvoetend bekennen dat het antwoord correct is.

>

Een wezenlijk onderdeel van de wiskunde is het gebruik maken van correcte wiskundige taal. Dat vinden we dus ook in een examen van belang. Maar de vraag die dan opkomt is: wat is de juiste taal en wat is redelijk in relatie tot het uitvoeren van de juiste wiskundige technieken? Zo worden integralen verschillend genoteerd, soms met en soms zonder haakjes, zelfs in wetenschappelijke literatuur. Vaak is dit afhankelijk van de complexiteit van een integraal. Wanneer de haakjes verplicht zijn, is niet overal duidelijk. Sterker nog, het levert zelfs discussies op binnen de grondslagen van de wiskunde: is er sprake van een product of moeten we hier zien dat het de notatie voor een bewerking is, die start met het integraalteken en eindigt met dx? Reden om onze leerlingen hier niet $\int$ mee lastig te vallen. Wij gaan akkoord met beide notaties:

$\int e^x + x^2 + \sin x \; dx$ en $\int (e^x + x^2 + \sin x)\, dx$.

Toelichting en redeneerstappen bij wiskunde B

Wat verwachten we van de toelichting bij een oplossingsstrategie die een kandidaat gebruikt? Bij een exacte vraagstelling willen we dat de kandidaat laat zien dat een vraag zonder specifieke opties van de rekenmachine kan worden uitgevoerd (dit is natuurlijk niet met zekerheid vast te stellen). Dat betekent dat de weg naar de oplossing navolgbaar moet zijn en dus dat de niet-triviale tussenstappen moeten worden genoteerd.

Een leerling die direct noteert $4\sin(\frac{1}{8}\pi) \cdot \cos(\frac{1}{8}\pi) = \sqrt{2}$ zonder de tussenstap $4\sin(\frac{1}{8}\pi) \cdot \cos(\frac{1}{8}\pi) = 2 \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ laat niet zien hoe deze exacte herleiding gaat. Ook daar kan het zijn dat er verschillende opvattingen bestaan over wat wel en niet een triviale tussenstap is. In het correctievoorschrift noteren we noodzakelijke tussenstappen en zetten we de niet-noodzakelijke tussenstappen tussen haakjes.

Notaties en afronden bij wiskunde A en C

Bij wiskunde A en C wordt niet gevraagd om een algebraïsche aanpak of een exact antwoord, de notatiekwestie zoals bij wiskunde B omschreven, komt dan ook niet of nauwelijks voor. Wel wordt bij wiskunde C, in het domein logisch redeneren bijvoorbeeld, coulant omgegaan met het weglaten van haakjes in uitdrukkingen met logische symbolen. Dit wordt in het correctievoorschrift meestal aangegeven. Er zijn bij wiskunde A en C wel regelmatig vragen over het afronden. In december 2016 werd de nieuwe vakspecifieke regel 4 over afronden aangekondigd als pilot (de evaluatie van deze pilot is bijna afgerond). Regel 4c (zie hierna) werd later 'de compensatieregeling voor afrondfouten' genoemd.

Regel 4c
De aftrek voor fouten zoals bedoeld onder 4a en/of fouten bij het afronden van het eindantwoord bedraagt voor het hele examen maximaal 2 scorepunten.

Met deze regel wordt het van belang te bepalen welke fouten meetellen als afrondfouten voor de compensatieregeling. In de syllabus wiskunde A is in subdomein A3 de volgende wiskundige vaardigheid opgenomen (A3.11).

Vaardigheid A3.11
De kandidaat kan antwoorden afronden op voorgeschreven nauwkeurigheid dan wel op een nauwkeurigheid die past bij de probleemsituatie.

Waarover in de toelichting (voor havo in paragraaf 2.1.2 en voor vwo in paragraaf 3.1.2) onder andere staat:

Toelichting
Een kandidaat kan uit de probleemsituatie afleiden wanneer afronden volgens de gebruikelijke afrondingsregels (6,4 wordt 6 en 6,5 wordt 7) niet van toepassing is.

Er is dus feitelijk sprake van twee soorten afronden en dus ook van twee soorten fouten. Om het tweede deel van A3.11 (met de bijbehorende toelichting) te kunnen toetsen is het nodig om fouten die bij deze vaardigheid worden gemaakt te kunnen onderscheiden van fouten die tegen afrondinstructies ingaan. Anders zouden deze fouten gecompenseerd kunnen worden en kan daarmee het afronden op een nauwkeurigheid passend bij de probleemsituatie niet, zoals bedoeld, worden getoetst.
In de situatie van afronden op de voorgeschreven nauwkeurigheid is er doorgaans een afrondinstructie in een aparte zin aan het eind van de vraag. Zoals het voorbeeld uit wiskunde A havo 2025-1 (vraag 7), zie figuur 3.

3p **7** Bereken hoeveel keer zo zwaar een kuiken is op de dag dat het vliegvlug is, ten opzichte van de dag dat het ei uitkwam. Geef je antwoord als geheel getal.

figuur 3

Bij afronden passend bij de probleemsituatie zit de gewenste nauwkeurigheid ofwel expliciet in de vraag ofwel moet de kandidaat deze zelf afleiden uit de probleemsituatie. Zie het voorbeeld uit wiskunde A havo 2025-1 (vraag 4) in figuur 4 waarin de variabele t gedefinieerd is als het geheel aantal jaren na 2017.

De uitkomsten van de formules gelden telkens op het einde van het jaar. Volgens deze formules zal in India de gemiddelde uitstoot van alle broeikasgassen per inwoner ($\frac{U}{B}$) in de jaren na 2017 steeds stijgen.

Er komt dan een moment waarop $\frac{U}{B}$ voor het eerst verdubbeld zal zijn ten opzichte van de waarde in 2017.

5p **4** Bereken in welk jaar dat voor het eerst zal zijn.

figuur 4

Daarmee verandert voorbeeld 2 uit het artikel 'Gelijke monniken, gelijke kappen', dat geschreven is voordat de compensatieregeling van kracht was, van 'aard'. Het is geen fout tegen een afrondregel - er is in de vraag in voorbeeld 2 namelijk geen expliciete afrondinstructie gegeven -, maar het is een fout tegen de specifieke vaardigheid om 'uit de context af te kunnen leiden welke nauwkeurig past bij de probleemsituatie (en daarop af te ronden)'. Wat doen wij bijvoorbeeld in de examens en in het correctievoorschrift om dit verschil zo helder mogelijk te maken:

- Onderscheid maken in het wel of niet geven van een losse afrondinstructie aan het eind van de vraag.
- In bepaalde contexten in plaats van alleen jaartallen ook de datum(*s*) geven waarop 'metingen' plaatsvinden of waarop een bepaalde waarde moet worden bereikt.
- In bepaalde contexten expliciet aangeven of een variabele discreet moet worden opgevat (bijvoorbeeld: tijd t in gehele jaren).
- Soms de discrete aanpak met een tabel in het correctievoorschrift opnemen.
- Er soms voor zorgen dat rekenkundig afronden én in de context afronden leiden tot hetzelfde eindresultaat.

(Be)redeneren bij wiskunde A en C

Het examenwerkwoord *beredeneren, uitleggen* wordt in de syllabus als volgt omschreven: *Het geven van een uitwerking waarin de denkstappen staan, waaruit het gestelde/gevraagde blijkt.* Dus 'alles mag' als de denkstappen maar worden beschreven. Deze kunnen bijvoorbeeld ondersteund worden met (getallen) voorbeelden en grafieken.
Soms vinden de examenmakers het gebruik van getallenvoorbeelden of grafieken niet gewenst en dan worden er verduidelijkingen of beperkingen van het examenwerkwoord opgenomen in de vraag. Met name bij 'beredeneer met behulp van de formule' staat er soms als verduidelijking bij dat een getallenvoorbeeld (dus) niet is toegestaan. Dat blijkt ook uit het cv. Het gaat hier dus niet over beredeneren in het algemeen maar over beredeneren met behulp van de formule.
In wiskunde A vwo 2025-2 staat er bij vraag 9: *Beredeneer met behulp van de afgeleide. Hier staat geen verduidelijking of beperking.* Er staat namelijk niet dat er met de formule van de afgeleide moet worden geredeneerd. Daarom is ook het gebruik van een getallenvoorbeeld of schets toegestaan waarbij wel duidelijk moet zijn dat en hoe de denkstappen leiden tot het gestelde. We begrijpen dat toevoegingen bij een examenwerkwoord soms juist tot onduidelijkheid kunnen leiden, en we doen dan ook ons best dit te vermijden.

Tot slot

We realiseren ons dat dit artikel niet alle onduidelijkheid zal wegnemen – overleg tussen collega's zal altijd nodig blijven. Wel hopen we dat dit artikel, net als de hieronder genoemde eerder verschenen artikelen, zal bijdragen aan het vergroten van de duidelijkheid voor alle betrokkenen.

Noten

[1] Tjon Soei Sjoe, K., Kop, P. Haselen, M. van & As, D. van (2014). Gelijke monniken, gelijke kappen. *Euclides*, *90*(3), pp. 16-20.

[2] CvTe (2016). Nieuwe vakspecifieke regel over afronden voor wiskunde A, B en C havo en vwo. *Euclides*, 92(3), pp. 38-40

[3] Claus, I & Daemen, J. (2022). Examenwoorden wiskunde B onder de loep. *Euclides* 97 (5), pp. 14-19

[4] *https://www.examenblad.nl/2026/onderwerpen/correctie-centrale-examens*

Over de auteur

Dit artikel is tot stand gekomen onder auspiciën van het CvTE in overleg met het Cito. Voor reacties en vragen: zie *https://www.cvte.nl/service/contact*