Examen VWO

2026

tijdvak 2
woensdag 17 juni
13.30 - 16.30 uur

wiskunde C

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 24 vragen.
Voor dit examen zijn maximaal 75 punten te behalen.
Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

VW-1026-a-26-2-o

Te veel stukjes

Het aantal stukjes dat op de doos van een legpuzzel staat, is een rond getal zoals 500, 1000 of 1500. Vaak bestaat een puzzel echter uit méér stukjes dan er op de doos vermeld staat.

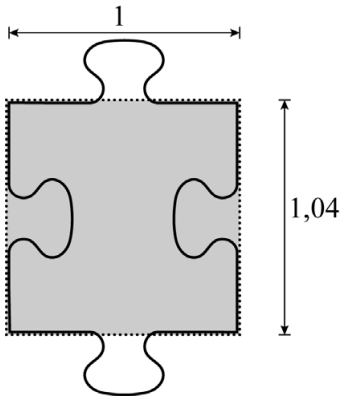
In een video onderzoekt komiek en wiskundige Matt Parker hoe dit zit. Hij kijkt naar puzzels waarvan de stukjes een rechthoekig rooster vormen met k kolommen en r rijen.
We nemen in deze opgave aan dat k groter is dan r.
De **roosterverhouding** $\frac{k}{r}$ is dan altijd groter dan 1.

We bekijken eerst een puzzel met 200 stukjes. Zo'n puzzel kan bestaan uit 100 kolommen en 2 rijen. De roosterverhouding is in dit geval $\frac{100}{2}$.

2p **1** Geef alle andere theoretisch mogelijke roosterverhoudingen voor een puzzel met precies 200 stukjes.

Een andere puzzel bestaat uit 204 stukjes.
De mogelijke afmetingen (k x r) voor deze puzzel zijn: 204 x 1, 102 x 2, 68 x 3, 51 x 4, 34 x 6 en 17 x 12.
De hoogte van ieder stukje in deze puzzel is 1,04 keer zo groot als de breedte van dat stukje. De inkepingen en uitsteeksels van een puzzelstukje worden (in deze opgave) buiten beschouwing gelaten. Zie de figuur.

figuur



De puzzel van 204 stukjes is 49 cm breed en 36 cm hoog.

3p **2** Bereken met behulp van bovenstaande gegevens het aantal rijen en kolommen van deze puzzel.

Perfecte puzzels zijn puzzels die voldoen aan de volgende voorwaarden:
- Het aantal stukjes waaruit de puzzel bestaat is precies gelijk aan het aantal stukjes vermeld op de doos.
- De hoogte van de stukjes is gelijk aan de breedte van de stukjes.

Matt Parker bedacht een maat om te beoordelen in hoeverre een puzzel afwijkt van een perfecte puzzel. Hij noemde dit de **badness rating**.
De volgende formule beschrijft deze badness rating:

$$B = s \cdot 1{,}005^n$$

- B is de badness rating.
- s is de berekende verhouding tussen de hoogte en breedte van een puzzelstukje, met $s \geq 1$.
- n is het verschil tussen het werkelijke aantal stukjes en het aantal stukjes op de doos, met $n \geq 0$.

2p **3** Bereken de badness rating van een perfecte puzzel.

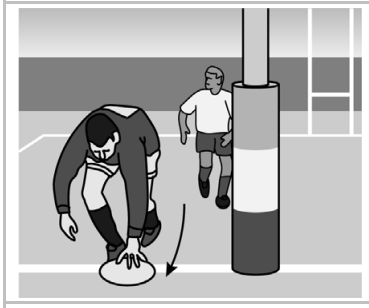
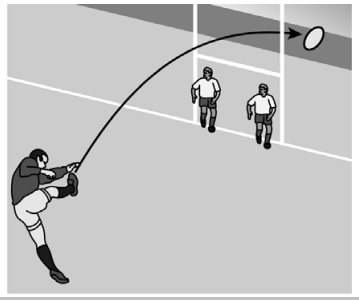
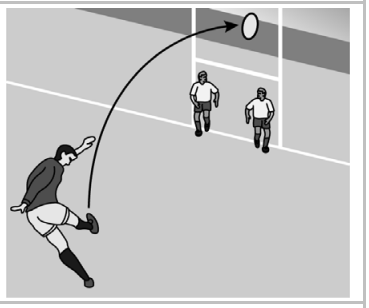
We bekijken nu een puzzel van 39 kolommen en 27 rijen met $s = 1{,}002$.
Deze puzzel heeft een badness rating van 1,3052.

4p **4** Bereken het aantal stukjes dat op de doos staat, door gebruik te maken van de badness rating.

Rugby

Rugby[1)] is een balsport die onder andere in Engeland wordt beoefend. Tijdens een wedstrijd kunnen er op drie manieren punten worden gescoord, zie de figuur.

figuur

try	conversie	kick
		
5 punten	2 punten	3 punten
de bal op de grond drukken in het gebied achter het doel van de tegenstander	alleen als het team net een try heeft gemaakt, kan het team direct hierna een conversie scoren door de bal tussen de palen en boven de lat van het doel te schoppen	het team scoort een kick door op een willekeurig moment de bal tussen de palen en boven de lat van het doel te schoppen

We voeren de volgende notaties in:

E_T Engeland scoort een try.

E_C Engeland scoort de conversie die bij de try hoort.

E_K Engeland scoort een kick.

E_n Engeland scoort n punten.

De manier waarop Engeland bij rugbywedstrijden punten kan scoren, kan worden weergegeven in een boomdiagram. Op de uitwerkbijlage staan hiervoor drie mogelijke boomdiagrammen.

2p **5** Leg uit welk boomdiagram op de uitwerkbijlage het beste weergeeft op welke manier Engeland punten kan scoren.

Gegeven is de zin:

> Als Engeland een try scoort maar de bijbehorende conversie mist, dan scoort Engeland geen zeven punten.

2p **6** Vertaal bovenstaande zin in logische symbolen, maak daarbij gebruik van de eerder genoemde notaties.

noot 1 In deze opgave kijken we naar de puntentelling en spelregels van de Rugby Union

Het aantal punten dat een rugbyteam in een (hele) rugbywedstrijd haalt noemen we het **puntentotaal** van dat team. Uit de gegevens in de figuur volgt dat niet alle puntentotalen mogelijk zijn.
Een wedstrijdcommentator doet hierover twee uitspraken:
I De puntentotalen 1, 2 en 4 zijn niet mogelijk.
II Elk puntentotaal vanaf 5 is mogelijk.

4p **7** Beredeneer dat elke uitspraak juist is.

In 2023 werd een rugbytoernooi gespeeld en Ierland (I) won de wedstrijd tegen Schotland (S) met 22-7.
Het totaal van 22 punten in een wedstrijd van Ierland kan worden behaald met twee keer een try met conversie (I_7), één try zonder conversie (I_5) en één kick (I_3). Er zijn ook andere manieren om aan dit puntentotaal van 22 te komen.
In de tabel is een begin gemaakt om te onderzoeken op hoeveel manieren je aan een puntentotaal van 22 kunt komen.

tabel

aantal try's met conversie (7 punten)	**aantal try's zonder conversies (5 punten)**	**aantal kicks (3 punten)**
2	1	1

3p **8** Onderzoek op hoeveel manieren je aan een puntentotaal van 22 kunt komen.

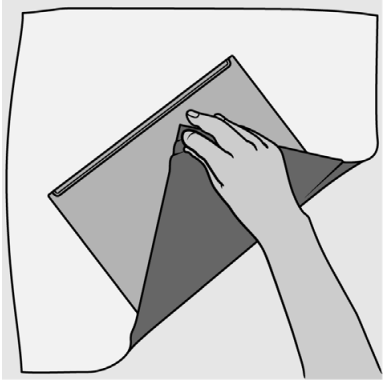
Ierland scoorde in deze wedstrijd twee keer een try met conversie (I_7), één try zonder conversie (I_5) en één kick (I_3). Schotland scoorde één try met conversie (S_7).
Het werkelijke scoreverloop van deze wedstrijd was $S_7 - I_3 - I_5 - I_7 - I_7$.
Het scoreverloop had ook anders kunnen zijn.

3p **9** Bereken het aantal mogelijke scoreverlopen bij deze wedstrijd.

Diagonaal inpakken

Er bestaan verschillende manieren om een cadeau in te pakken. Een van deze manieren is het zogenaamde **diagonaal inpakken**. Hierbij wordt het cadeau diagonaal midden op het vel inpakpapier geplaatst en worden de hoekpunten naar binnen gevouwen. Zie de tekening hiernaast.

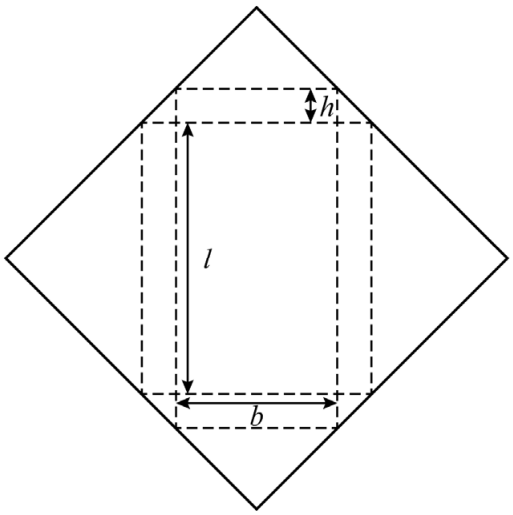
tekening



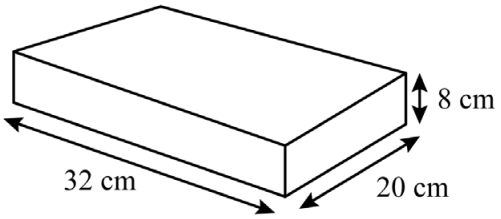
We kijken in deze opgave alleen naar het diagonaal inpakken van balkvormige cadeaus met een vierkant stuk inpakpapier.

In figuur 1 is aangegeven hoe groot het stuk inpakpapier minimaal moet zijn voor een cadeau met lengte l, breedte b en hoogte h. De stippellijnen in deze figuur vormen de vouwlijnen van het inpakpapier.

figuur 1



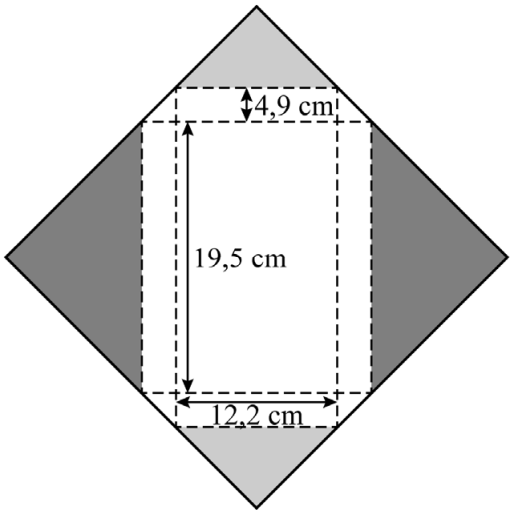
figuur 2



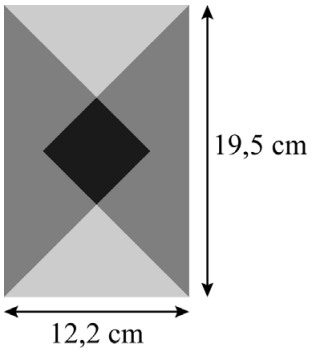
4p **10** Onderzoek met behulp van een tekening met vouwlijnen, zoals weergegeven in figuur 1, of een stuk inpakpapier van 50 bij 50 cm groot genoeg is om het cadeau uit figuur 2 in te pakken. Maak deze tekening op schaal 1 : 4.

Na het inpakken zal het inpakpapier op de bovenkant van het cadeau meestal gedeeltelijk overlappen.
Voor een cadeau met een lengte van 19,5 cm, een breedte van 12,2 cm en een hoogte van 4,9 cm is in figuur 3a het benodigde stuk inpakpapier weergegeven.

figuur 3a



figuur 3b



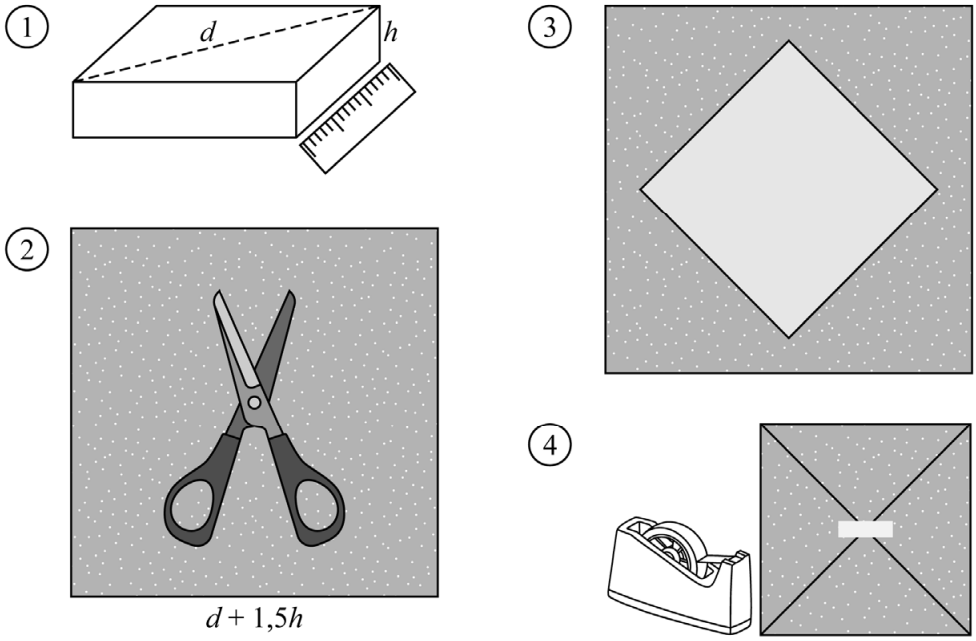
De lichtgrijs- en donkergrijs gekleurde driehoeken in figuur 3a zijn de gedeeltes van het inpakpapier die bovenop het cadeau terecht komen. Deze driehoeken zijn gelijkbenige rechthoekige driehoeken. Hierbij is de lengte van het cadeau de basis van de donkergrijze driehoek en de breedte van het cadeau de basis voor de lichtgrijze driehoek.
In dit geval geldt voor elk van deze driehoeken: $hoogte = \frac{1}{2} \cdot basis$

In figuur 3b zie je de bovenkant van het cadeau als dit is ingepakt.
Het zwarte gedeelte geeft de overlap van het inpakpapier aan. Alleen de donkergrijze gedeeltes van het inpakpapier overlappen elkaar.
De lichtgrijze gedeeltes sluiten precies op de donkergrijze gedeeltes aan.

4p **11** Bereken hoe groot de overlap van het inpakpapier is op de bovenkant van het hierboven beschreven cadeau. Geef je antwoord in gehele mm^2.

De onderstaande figuur toont een methode voor het inpakken van een cadeau met een vierkant grondvlak. Deze methode gebruikt zo min mogelijk inpakpapier en maakt gebruik van diagonaal inpakken.

figuur



Volgens deze figuur is voor het inpakken van een cadeau met een vierkant grondvlak een vierkant stuk inpakpapier nodig met een lengte van $d + 1{,}5h$. Hier is d de diagonaal van het grondvlak van het cadeau en h de hoogte van het cadeau.

Of een stuk inpakpapier van 35 bij 35 cm groot genoeg is om een cadeau met een vierkant grondvlak met een zijde van 20 cm in te kunnen pakken, hangt af van de hoogte van dit cadeau.

5p **12** Bereken de maximale hoogte, in gehele millimeters, van dit cadeau aan de hand van de bovenstaande gegevens.

Ga verder op de volgende pagina.

Pallets met stenen

Steenfabriek De Kei verkoopt allerlei soorten stenen, waaronder sierstenen. De Kei verkoopt deze sierstenen per pallet met 500 stenen. Zo'n pallet met stenen kost 460 euro.

foto

Om de verkoop te bevorderen wil De Kei een van de volgende twee aanbiedingen doen:

Aanbieding A:
Bij aankoop van twee pallets tegelijk krijgt de klant 2% korting op de prijs van beide pallets. Bij aankoop van drie pallets krijgt de klant 3% korting op de prijs van alle drie de pallets, enzovoort.

Aanbieding B:
Bij aankoop van meer pallets tegelijk betaalt de klant voor de tweede pallet 450 euro, de derde pallet 440 euro, enzovoort. Elke volgende pallet is dus steeds 10 euro goedkoper.

Wanneer een klant vier pallets tegelijk koopt, is hij met aanbieding B duurder uit dan met aanbieding A.

4p **13** Bereken hoeveel euro de klant duurder uit is. Geef je antwoord in twee decimalen.

Bij aanbieding A hangt de prijs per pallet P_n in euro's af van het aantal pallets n dat je koopt. Bij aankoop van twee of meer pallets geldt:

$$P_n = 460 \cdot \left(1 - \frac{n}{100}\right)$$

Met behulp van deze formule kun je een formule opstellen voor de totale prijs A_n in euro's van een aankoop van n pallets bij aanbieding A.
Er geldt:

$$A_n = 460n - 4{,}6n^2 \text{ met } n \geq 2$$

3p **14** Leid deze formule voor A_n af met behulp van de formule voor P_n.

Bij deze aanbieding wordt de prijs per pallet steeds lager. Bij 100 pallets zou de korting 100% zijn, en dan zijn de pallets dus gratis. Daarom zal De Kei een maximaal aantal pallets noemen waarvoor de aanbieding nog geldig is. Dit is het aantal pallets waarbij de totale prijs bij aanbieding A maximaal is.

3p **15** Bereken de prijs per pallet bij aanbieding A als de totale prijs bij deze maximaal is.

Steenfabriek De Kei wil haar klanten zo goed mogelijk adviseren welke aanbieding A of B in welke situatie het meest gunstig is voor de klant.

Voor de totale prijs B_n in euro's van een aankoop van n pallets bij aanbieding B geldt de recursieve formule:

$$B_n = B_{n-1} + 470 - 10n \qquad \text{met } B_1 = 460$$

Vanaf een bepaald aantal pallets is aanbieding B voor de klant goedkoper dan aanbieding A. Dit aantal is hoger dan 10 pallets.

4p **16** Onderzoek vanaf welk aantal pallets aanbieding B voor de klant goedkoper is dan aanbieding A.

Windpark Greenport

In 2021 is op het duurzame bedrijventerrein Greenport in Venlo gestart met de bouw van een windmolenpark. Dit windmolenpark zal bestaan uit negen, op een rechte lijn geplaatste, windmolens.

In onderstaande tabel zie je de coördinaten (in meters) van enkele windmolens die gebouwd zijn. De plaats van windmolen 1 is gekozen als oorsprong van een assenstelsel.

tabel

Windmolen nummer	**x-coördinaat**	**y-coördinaat**
Windmolen 1	0	0
Windmolen 2	...	-261
Windmolen 9	3219	-2460

De bouw van Windmolen 2 werd vertraagd. De y-coördinaat van deze windmolen werd uiteindelijk vastgesteld op -261.

2p **17** Bereken met behulp van de gegevens in de tabel, de x-coördinaat van Windmolen 2. Geef je antwoord als een geheel getal.

Aan windmolens zitten voor- en nadelen. Eén van de nadelen is dat ze geluid produceren en daardoor geluidsoverlast kunnen veroorzaken.

Geluidsintensiteit is een maat voor het uitdrukken van de hoeveelheid geluid. De geluidsintensiteit hangt af van het vermogen van het geluid en van de afstand van de windmolen tot het meetpunt. Dit wordt beschreven in de volgende formule:

$$I = \frac{P}{12{,}57 \cdot d^2}$$

Hierin is
- P het vermogen (in Watt) van het geproduceerde geluid van de windmolen.
- d de afstand (in meters) vanaf de windmolen tot het meetpunt.
- I de geluidsintensiteit (Watt/m^2) bij het meetpunt.

Een van de windmolens produceert een geluid met een vermogen van $0{,}05$ Watt. Een eind verderop wordt een geluidsintensiteit van $8{,}84 \cdot 10^{-7}$ (Watt/m^2) gemeten.

3p **18** Bereken de afstand tussen deze windmolen en het meetinstrument. Geef deze afstand in hele meters.

In de praktijk wordt de geluidsintensiteit I meestal omgerekend naar geluidsniveau G in decibel (dB). Het verband tussen I en G wordt gegeven door:

$$I = 10^{0{,}1G-12}$$

Het maximale geluidsniveau dat gemeten mag worden bij een woning is 41 dB. Bij het overschrijden van deze waarde wordt gesproken van geluidsoverlast.

Een bewoner klaagt over geluidsoverlast. Zijn woning bevindt zich op een afstand van 350 meter van de dichtstbijzijnde windmolen. Deze windmolen heeft een vermogen van 0,05 Watt.

3p **19** Onderzoek of deze windmolen geluidsoverlast veroorzaakt bij zijn woning.

De bergetappe

De Mont Ventoux (foto) is een berg in het zuiden van Frankrijk.
De berg is onder andere bekend doordat de beklimming ervan is opgenomen in de Tour de France.

Het **gemiddelde hellingspercentage** is een maat om de moeilijkheid van een beklimming aan te geven. Het gemiddelde hellingspercentage wordt bepaald door de **weglengte** en het **hoogteverschil** tussen begin en eindpunt van de beklimming.
Het gemiddelde hellingspercentage kan worden berekend met de formule:

$$p = \frac{100 \cdot h}{\sqrt{a^2 - h^2}}$$

Hierbij is
- h het hoogteverschil in meters.
- a de weglengte in meters.
- p het gemiddelde hellingspercentage in procenten.

Als je verschillende beklimmingen met een gelijk hoogteverschil bekijkt, dan geldt: hoe groter de weglengte, hoe kleiner het gemiddelde hellingspercentage.

3p **20** Beredeneer dit met behulp van de formule voor p, zonder gebruik te maken van een getallenvoorbeeld.

De beklimming van de Mont Ventoux kun je vanuit drie dorpen starten: Bédoin, Sault en Malaucène.

De snelste gereden tijd voor de beklimming van de Mont Ventoux vanuit Sault is 50 minuten en 32 seconden, met een gemiddelde snelheid van 28,7 km/uur.

2p **21** Bereken de weglengte van Sault naar de top in kilometers in één decimaal.

In de tabel staat het hoogteverschil en de totale weglengte vanuit de drie dorpen naar de top. De weglengte is afgerond op gehele kilometers.

tabel

plaats	hoogteverschil	weglengte in gehele km
Bédoin	1594 meter	21
Sault	1204 meter	24
Malaucène	1564 meter	21

Doordat de weglengte in de tabel op gehele kilometers is afgerond in plaats van op gehele meters, lijkt het erop dat de beklimming vanuit Bédoin het grootste gemiddelde hellingspercentage heeft.
Als de weglengte niet op gehele kilometers was afgerond, dan is het mogelijk dat het gemiddelde hellingspercentage vanuit één van de andere twee dorpen hoger is dan vanuit Bédoin.

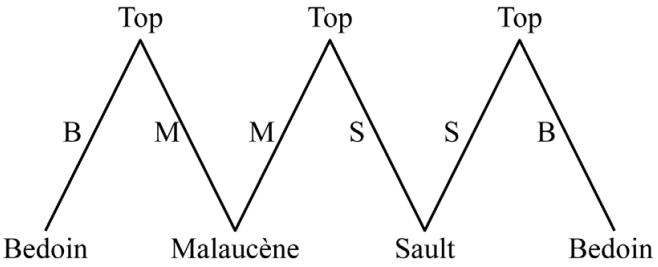
3p **22** Toon dit met behulp van berekeningen aan.

Le club des Cinglés du Mont Ventoux, een fietsgenootschap, geeft aan dat de beklimming vanuit Bédoin het steilst is. Deze beklimming heeft een gemiddeld hellingspercentage van 7,7%.

3p **23** Bereken de weglengte vanuit Bédoin met behulp van dit hellingspercentage. Geef je antwoord in gehele meters.

Om tot dit fietsgenootschap te mogen behoren, moet je op één dag de Mont Ventoux vanuit alle drie de dorpen één keer beklimmen.
In de figuur zie je een mogelijke route. Je start in Bédoin, fietst naar de top, daalt naar Malaucène, vervolgens fiets je weer naar de top, daalt naar Sault, weer naar de top en tenslotte daal je naar Bédoin.
Zo ontstaat het rijtje BMMSSB, waarbij de letters staan voor de weg tussen het dorp en de top van de Mont Ventoux (Top), zie de figuur.
Er zijn zes van deze rijtjes te maken, als je begint en eindigt in hetzelfde dorp.

figuur



Ook kun je de zogenaamde **Bicinglette** voltooien.
Dit houdt in dat je de Mont Ventoux vanuit elk van de drie dorpen niet één keer, maar twee keer beklimt op één dag.

4p **24** Bereken hoeveel mogelijke routes er zijn om deze **Bicinglette** te voltooien als je begint en eindigt in hetzelfde dorp.

Bronvermelding
Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift.