Examen VWO

2023

tijdvak 2
tijdsduur: 3 uur

natuurkunde

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 28 vragen.
Voor dit examen zijn maximaal 74 punten te behalen.
Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg, berekening of afleiding gevraagd wordt, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg, berekening of afleiding ontbreekt.

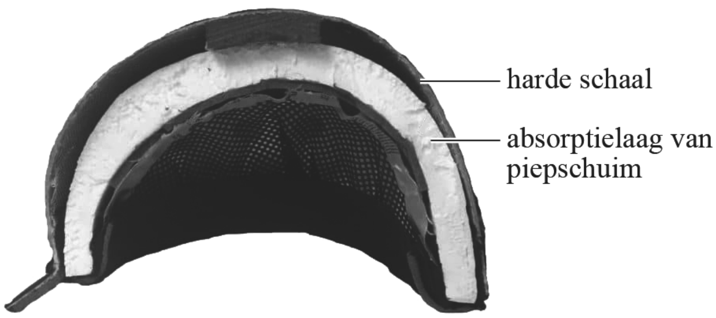
Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Fietshelm

Een fietshelm is ontworpen om het hoofd te beschermen tijdens een botsing of val. Tijdens zo'n botsing, ook wel impact genoemd, kan het hoofd blootgesteld worden aan enorm grote versnellingen. Deze kunnen leiden tot ernstig hoofdletsel. Een fietshelm is ontworpen om de grootte van deze versnellingen tijdens een impact zo klein mogelijk te houden.

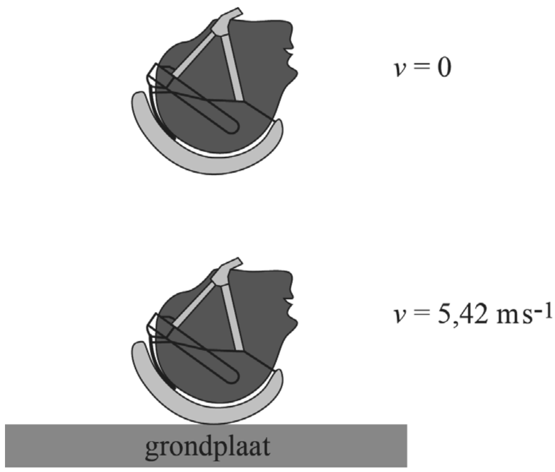
De fietshelm is opgebouwd uit verschillende lagen. Zie figuur 1. Onder de harde schaal aan de buitenkant bevindt zich de zogenaamde absorptielaag. Deze laag bestaat meestal uit piepschuim. Dit piepschuim wordt tijdens een impact ingedrukt.

figuur 1



figuur 2

Fietshelmen moeten voldoen aan een Europese norm, de EN-1078. Daarin staan tests beschreven die de fietshelm met goed succes moet doorlopen. In één van deze tests valt een dummyhoofd met helm op een harde grondplaat met een voorgeschreven impactsnelheid van $5{,}42 \text{ m s}^{-1}$. Zie figuur 2.



Om de voorgeschreven snelheid te bereiken is een bepaalde valhoogte nodig.

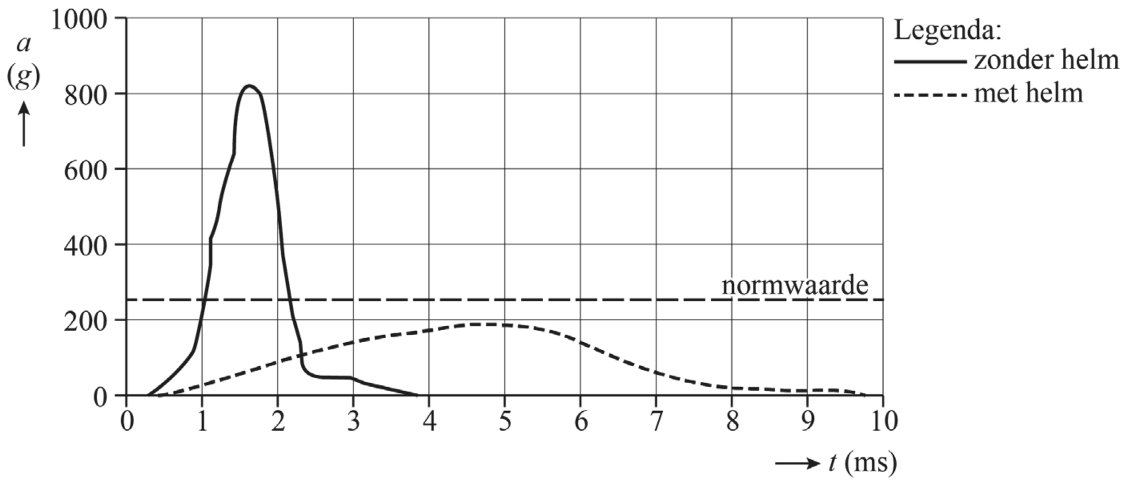
3p **1** Bereken deze valhoogte. Verwaarloos hierbij de invloed van eventuele wrijvingskrachten.

In het dummyhoofd zit een versnellingsmeter. Tijdens de impact van het hoofd met de grondplaat mag de verticale versnelling van het hoofd nooit groter worden dan de normwaarde van $250\ g$. Hierin is g de valversnelling. De absorptielaag in een fietshelm kan maximaal $20\ \text{mm}$ indeuken. Deze afstand is groot genoeg om ervoor te zorgen dat de gemiddelde versnelling niet groter is dan de normwaarde.

4p **2** Toon dit aan.

In de praktijk is de beweging van het dummyhoofd tijdens de impact niet eenparig vertraagd. Er zijn dus momenten waarop de versnelling groter is dan de gemiddelde waarde. De maximale versnelling op deze momenten mag niet groter worden dan de normwaarde van $250\ g$.
In figuur 3 zijn de meetresultaten weergegeven van een impact van een dummyhoofd met en zonder helm.

figuur 3



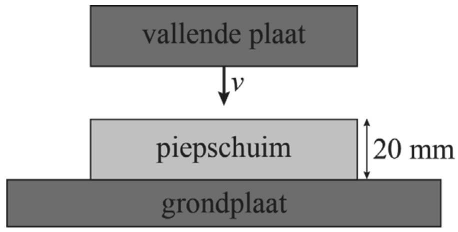
De snelheid waarmee het dummyhoofd de plaat raakt is in beide experimenten gelijk.

2p **3** Leg uit hoe je dit kunt concluderen uit figuur 3.

Een fietshelm is zo ontworpen dat deze de fietser optimaal beschermt bij een val. Naast de dikte van de absorptielaag moet de ontwerper ook rekening houden met het indrukgedrag van het gebruikte piepschuim. Dit indrukgedrag kan onderzocht worden in een proefopstelling, zie figuur 4.

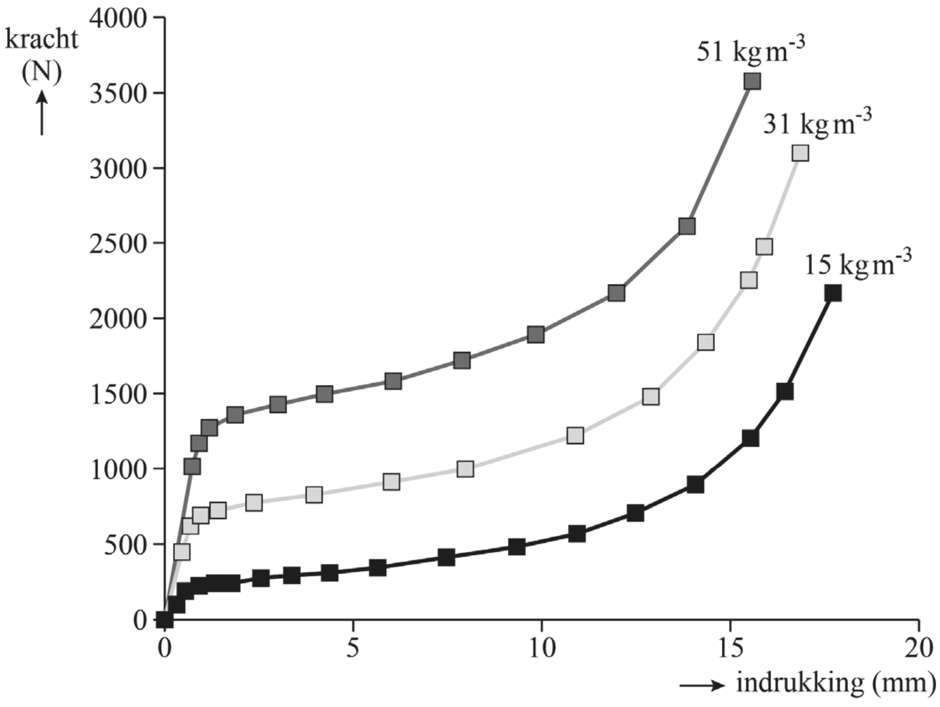
In deze opstelling valt een metalen plaat met een massa van $1{,}0 \text{ kg}$ op een schijfje piepschuim, waardoor het piepschuim ingedrukt wordt. Tijdens deze impact worden zowel de indrukking van het piepschuim als de kracht op de grondplaat gemeten.

figuur 4



Het indrukgedrag van piepschuim is afhankelijk van de dichtheid van het piepschuim. Van piepschuim met drie verschillende dichtheden is het indrukgedrag gemeten. In figuur 5 is voor elk van de drie dichtheden het verband tussen kracht en indrukking weergegeven.

figuur 5



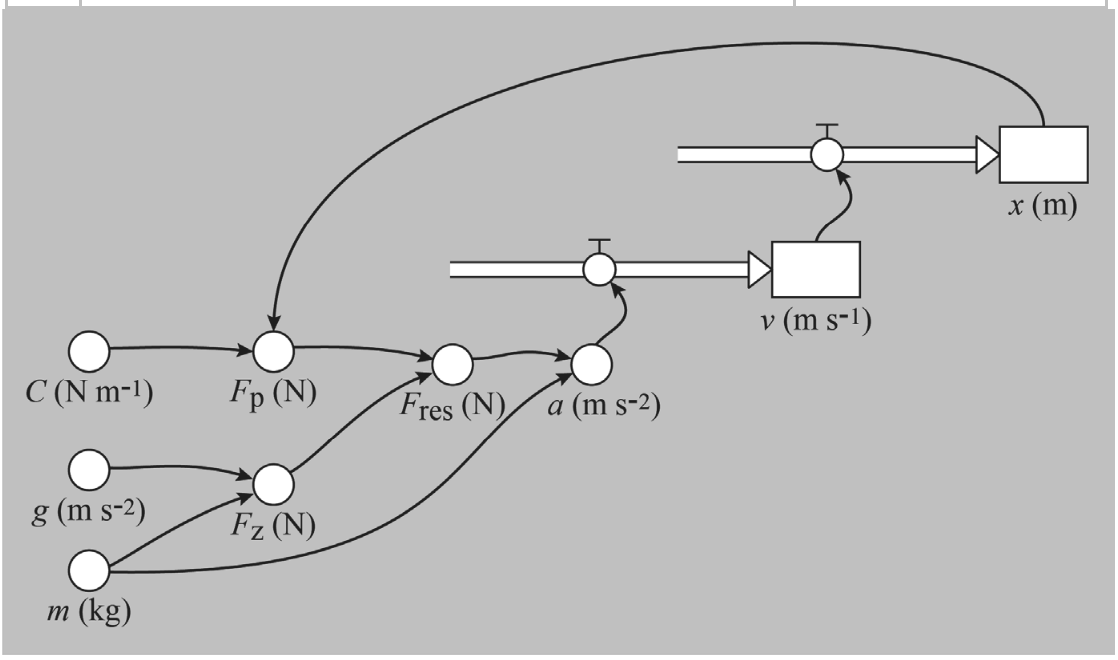
Hoewel de maximale remweg in een fietshelm 20 mm bedraagt is het belangrijk om te voorkomen dat deze hele afstand gebruikt wordt tijdens een impact.

2p **4** Leg met behulp van figuur 5 uit waarom de remweg niet te groot mag worden.

De impact van de vallende plaat op het piepschuim kan gesimuleerd worden met een numeriek model. Zie figuur 6.
In dit model is x de indrukking van het piepschuim in m.

figuur 6

	Modelformules	**startwaarden**
1	Als $x < 0{,}001$ Dan	$x = 0\ (\mathrm{m})$
2	$F_\mathrm{p} = Cx$	$v = 5{,}42\ (\mathrm{m\,s^{-1}})$
3	Anders	$m = 1{,}0\ (\mathrm{kg})$
4	$F_\mathrm{p} = \dfrac{19{,}8}{(0{,}020 - x)^{0{,}9}}$	$g = 9{,}81\ (\mathrm{m\,s^{-2}})$
5	EindAls	$t = 0\ (\mathrm{s})$
6	$F_\mathrm{z} = mg$	$\mathrm{d}t = 10^{-5}\ (\mathrm{s})$
7	$F_\mathrm{res} = \ldots$	$C = \ldots\ (\mathrm{N\ m^{-1}})$
8	$a = \dfrac{F_\mathrm{res}}{m}$	
9	$v = v + a\,\mathrm{d}t$	
10	$x = x + v\,\mathrm{d}t$	
11	Als $v < 0$ Dan	
12	stop	
13	EindAls	
14	$t = t + \mathrm{d}t$	



In de regels 2 en 4 van het model staan de formules die de grafieken van figuur 5 beschrijven. Voor indrukkingen kleiner dan $1\ \text{mm}$ geldt dat de kracht evenredig is met de indrukking (regel 2). Voor grotere waarden van x geldt een ingewikkeldere formule (regel 4). De formules in het model van figuur 6 gelden voor piepschuim met een dichtheid van $31\ \text{kg m}^{-3}$.

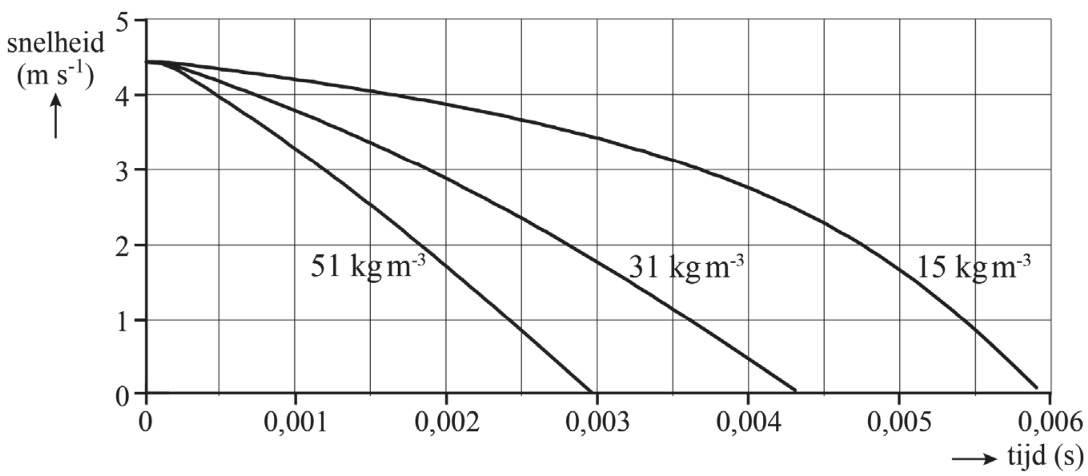
2p **5** Bereken met behulp van de formules in de modelregels 2 en 4 de waarde van C voor dit type piepschuim.

Regel 7 van het model is nog niet compleet.

2p **6** Geef aan wat er in regel 7 van het model moet staan.

Het numerieke model wordt gebruikt om te onderzoeken wat het effect is van de dichtheid van piepschuim op de beweging van de vallende plaat. De impact is drie keer doorgerekend, waarbij de formules voor het indrukgedrag zijn aangepast voor de drie verschillende dichtheden. In figuur 7 is voor elk van deze dichtheden de berekende snelheid uitgezet tegen de tijd.

figuur 7



2p **7** Leg uit bij welke dichtheid van het piepschuim de maximale versnelling van de vallende plaat het kleinst is geweest.

Deuterium

Een klein deel van alle waterstof in het heelal heeft naast een proton ook nog een neutron in de kern. Dit isotoop ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$ wordt deuterium genoemd, vaak kortweg aangeduid als D. Sterrenkundigen denken dat al het deuterium in het heelal vlak na de oerknal is gevormd. Sindsdien is de hoeveelheid deuterium in het heelal afgenomen door kernfusie in sterren. Bij deze reactie fuseert een deuteriumkern met een proton tot een nieuw, zwaarder deeltje.

3p **8** Geef de reactievergelijking van dit proces.

Sterrenkundigen willen graag weten hoe snel de hoeveelheid deuterium in het heelal afneemt. In gaswolken waar nog nooit een ster is ontstaan is de verhouding tussen de hoeveelheden D en H sinds de oerknal niet veranderd. Sterrenkundigen willen daarom de verhouding $\mathrm{D/H}$ in zulke gaswolken vergelijken met de verhouding $\mathrm{D/H}$ op andere plaatsen in het heelal.
Een veelgebruikte manier om de verhouding van het aantal atomen deuterium en waterstof in een gaswolk te bepalen is door te kijken naar het emissiespectrum van zo'n wolk. Wanneer een waterstof- of deuteriumatoom terugvalt van de 2^{e} naar de 1^{e} aangeslagen toestand, zendt het zichtbaar licht uit. Deze spectraallijn wordt bij waterstof aangeduid met H_{α} en bij deuterium met D_{α}. De verhouding tussen de intensiteiten van D_{α} en H_{α} is dus een maat voor de verhouding $\mathrm{D/H}$ in de wolk.

De energieniveaus van waterstof en deuterium zijn gegeven door:

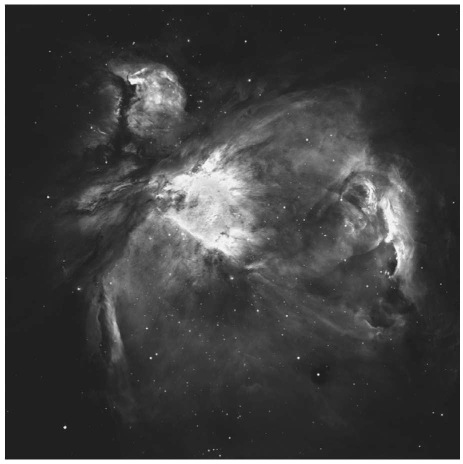
$$E_n = -\frac{k}{n^2}$$

Hierin is
- E_n het energieniveau van de toestand n in eV
- k een constante, die voor waterstof gelijk is aan $13{,}606\ \mathrm{eV}$ en voor deuterium gelijk is aan $13{,}609\ \mathrm{eV}$
- n de toestand

4p **9** Toon aan dat de golflengte van D_{α} gelijk is aan $655{,}95\ \mathrm{nm}$.

De Orionnevel is een grote wolk van gloeiend gas in het sterrenbeeld Orion. Zie figuur 1. Het emissiespectrum van deze gaswolk is nauwkeurig onderzocht.

figuur 1

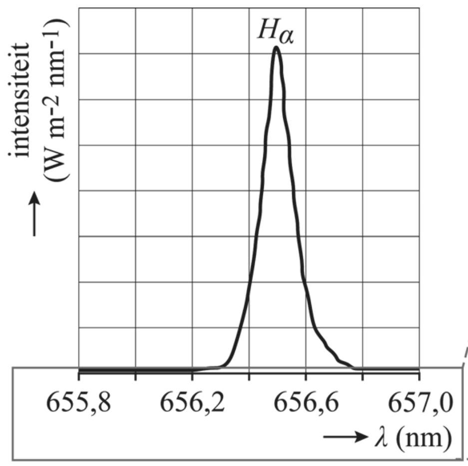


De waargenomen golflengte van D_α in de Orionnevel is $656{,}14$ nm.

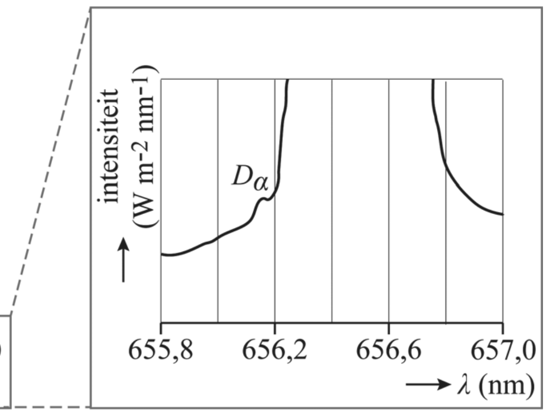
5p **10** Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit of de Orionnevel van ons af beweegt of naar ons toe beweegt.
- Bereken de radiale snelheid van de Orionnevel. Noteer je antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

In figuur 2 staat een deel van het waargenomen spectrum van de Orionevel afgebeeld. De golflengte van D_α is iets kleiner dan de golflengte van H_α. De totale intensiteit van H_α is vele malen groter dan de totale intensiteit van D_α, waardoor D_α niet zichtbaar is in deze figuur. In figuur 3 staat het spectrum nogmaals afgebeeld, maar is op de verticale as alleen het onderste deel van het diagram weergegeven. Hierop is D_α wel zichtbaar.

figuur 2



figuur 3



Uit de figuren 2 en 3 kunnen de wetenschappers de totale intensiteit bepalen voor H_α en D_α. De intensiteit in een bepaald golflengte-interval is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek tussen de grenzen van dit interval.

Figuur 3 staat vergroot op de uitwerkbijlage.

1p **11** Geef in de figuur op de uitwerkbijlage de oppervlakte aan die bepaald moet worden om de totale intensiteit van D_α te bepalen.

Uit de figuren 2 en 3 kan de verhouding tussen het aantal atomen deuterium en het aantal atomen waterstof in de Orionnevel bepaald worden. Om de hypothese te toetsen dat deuterium verloren gaat bij het ontstaan van sterren hebben wetenschappers vergelijkbare metingen uitgevoerd aan grote gaswolken met een lage dichtheid. Door deze lage dichtheid weten wetenschappers dat hier nog nooit sterren gevormd zijn.

Met behulp van deze metingen hebben de wetenschappers een model opgesteld waarmee het verloop van de hoeveelheid deuterium in het heelal beschreven kan worden. Volgens dit model neemt elke 15 miljard jaar de hoeveelheid deuterium af met een factor tussen 2 en 3. Dit model gaat dus uit van een exponentiële afname. De tijd waarin de helft van de hoeveelheid deuterium in het heelal verloren is gegaan noemen we de halveringstijd.

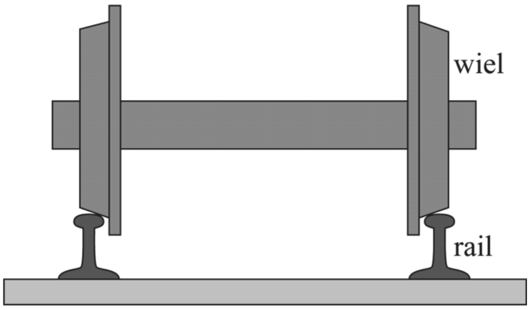
3p **12** Bereken de ondergrens voor de halveringstijd die uit deze gegevens volgt.

Treinwielen

Een trein blijft nooit precies in het midden van het spoor rijden. Er is ruimte tussen de wielen en het spoor waardoor de trein enigszins heen en weer kan slingeren. Om te voorkomen dat treinen ontsporen zijn de wielen als volgt ontworpen:

1 Beide wielen zitten vast aan dezelfde as. De wielen en de as vormen een star geheel.
2 Beide wielen hebben een conische vorm: de diameter van het wiel is aan de binnenkant groter dan aan de buitenkant. Zie figuur 1.

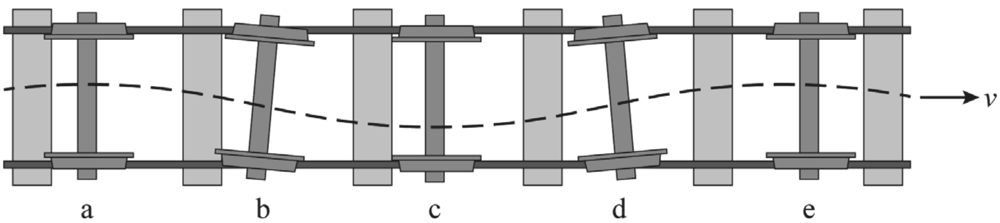
figuur 1



Een as die zich niet precies in het midden van het spoor bevindt zal door deze constructie van de wielen tijdens het rijden vanzelf terug naar het midden bewegen.

In figuur 2 is een schematisch bovenaanzicht van de treinwielen weergegeven op verschillende tijdstippen (a t/m e). Op tijdstip a staat de as uit het midden. Even later is de as enigszins geroteerd en beweegt richting het midden van het spoor. Zie tijdstip b. Vervolgens schiet de as een stukje door, zie tijdstip c, waarna aan de andere kant hetzelfde effect optreedt. De trein gaat dus een slingerende zijwaartse beweging uitvoeren. Hij “waggelt” een beetje over het spoor. Men noemt deze golfbeweging de sinusloop.

figuur 2



3p **13** Leg uit hoe de ontwerpkenmerken 1 en 2 er samen voor zorgen dat een rijdende trein de sinusloop van figuur 2 zal uitvoeren.

Voor de golflengte λ van de sinusloop geldt de formule van Klingel:

$$\lambda = 2\pi\sqrt{\frac{d\,r_0}{2\gamma}}$$

Hierin is:
- d de afstand tussen de twee spoorrails in m
- r_0 de gemiddelde straal van het wiel in m, dus gemeten in het midden van het loopvlak
- γ de wielbandconiciteit

De wielbandconiciteit is een maat voor het verschil tussen binnen- en buitendiameter van een wiel.

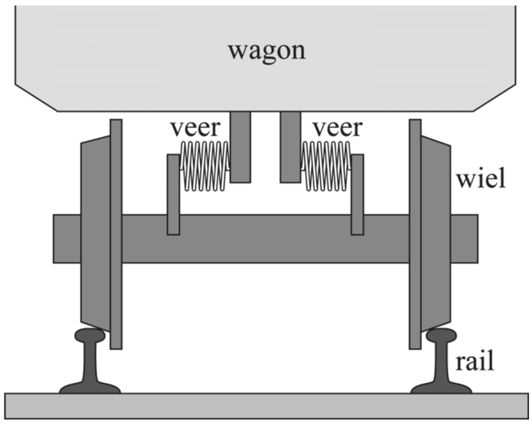
2p **14** Toon aan dat de wielbandconiciteit geen eenheid heeft.

In Nederland gelden de volgende gegevens:
Treinen rijden meestal met een snelheid van $140\ \mathrm{km/h}$. De afstand tussen twee spoorrails is $1435\ \mathrm{mm}$. De waarde van de wielbandconiciteit is $0{,}050$. De gemiddelde diameter van een treinwiel is $95\ \mathrm{cm}$.

3p **15** Toon aan dat de periode van de sinusloop bij deze snelheid $0{,}42\ \mathrm{s}$ is.

Om in de wagon geen last te hebben van oneffenheden op het spoor zijn er veren geplaatst tussen de wagon en de wielen. We kunnen het geheel benaderen als een massa-veersysteem. Zie figuur 3.

figuur 3



Bij een bepaalde snelheid gaat het massa-veersysteem resoneren met de sinusloop. Om comfortabel te rijden bij een snelheid van $140\ \mathrm{km/h}$ wordt de totale veerconstante van de veren zo gekozen dat het massaveersysteem een eigentrilling heeft die sterk afwijkt van $0{,}42\ \mathrm{s}$.
Voor het massaveersysteem van de wagon met wielen geldt:

$$m_{\text{wagon}} = 21{,}5\cdot 10^3\ \mathrm{kg}$$

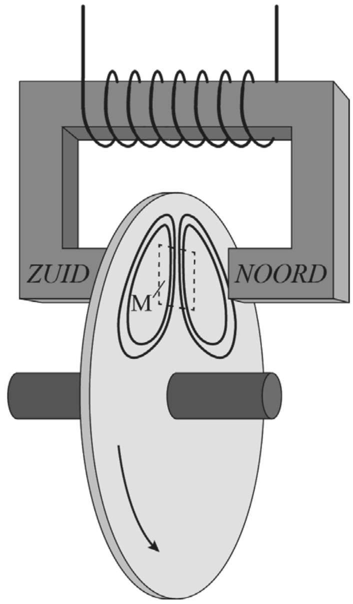
$$C_{\text{totaal}} = 1{,}0\cdot 10^5\ \mathrm{N\,m^{-1}}$$

3p **16** Bereken de snelheid waarbij resonantie optreedt.

Wervelstroomrem

Voor het remmen zijn sommige treinen uitgerust met wervelstroomremmen. Hierin wordt een draaiende metalen schijf afgeremd met behulp van een magneetveld. In figuur 4 is een wervelstroomrem geschetst. De metalen schijf zit vast aan de as en draait mee met de wielen.
Met een elektromagneet wordt een magneetveld loodrecht op de draaiende schijf opgewekt.
De elektromagneet bestaat uit een weekijzeren kern die gemagnetiseerd wordt door het magnetisch veld van een spoel die eromheen gewikkeld is. Zie figuur 4. Deze figuur staat vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur 4



1p **17** Geef in de figuur op de uitwerkbijlage de stroomrichting in punt K weer.

Door het draaien van de schijf, beweegt steeds een gedeelte van de schijf het magneetveld in. De elektronen in de schijf ondervinden dan een lorentzkracht waardoor de elektronen in de schijf gaan bewegen. Op deze manier ontstaan zogenaamde wervelstromen in de metalen schijf. Vier voorbeelden van deze stromen zijn schematisch weergegeven in figuur 4.

De wervelstromen zorgen op hun beurt weer voor een lorentzkracht die de schijf, en daarmee ook het wiel, afremt.
Figuur 4 staat nogmaals op de uitwerkbijlage met daarnaast een vooraanzicht van de schijf. Hierin is de lorentzkracht op het schijfdeel M weergegeven.

1p **18** Geef in de figuur op de uitwerkbijlage de richting aan van de wervelstromen in de punten P en Q.

De snelheid van de trein heeft invloed op de remkracht van de wervelstroomrem. Om bij elke snelheid toch dezelfde remkracht te krijgen kan de magneetveldsterkte worden aangepast.

3p **19** Leg uit of de magneetveldsterkte bij lage snelheid groter of kleiner moet zijn dan bij hoge snelheid.

Geleidende klei

Op internet zijn instructies te vinden om geleidende ‘klei’ te maken.
Dit is een deeg waaraan keukenzout is toegevoegd. Ameera en Noa onderzoeken diverse eigenschappen van deze geleidende klei. Daarvoor maken ze een kleirol zoals te zien is in figuur 1.

figuur 1

Om de soortelijke weerstand te bepalen bouwen Ameera en Noa een schakeling met de kleirol, een gelijkspanningsbron van $12,0\ \text{V}$, een stroommeter en een spanningsmeter. Deze componenten staan schematisch weergegeven op de uitwerkbijlage.

2p **20** Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de verbindingssnoeren die voor deze schakeling nodig zijn.

Ameera en Noa doen de volgende metingen:

lengte van de kleirol:	$21\ \text{cm}$
diameter van de kleirol:	$4\ \text{cm}$
spanning over de kleirol:	$12,0\ \text{V}$
stroomsterkte door de kleirol:	$0,186\ \text{A}$

5p **21** Bereken de soortelijke weerstand van de klei. Noteer je antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

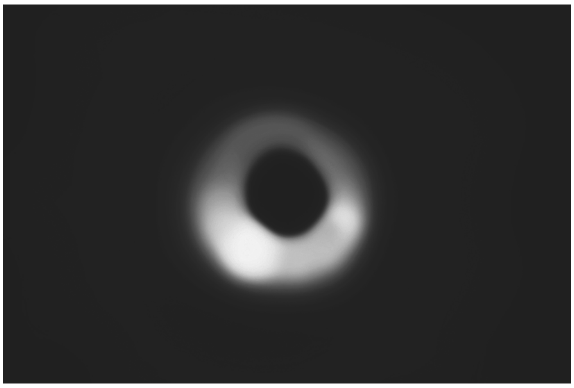
Ameera en Noa rollen de kleirol uit totdat deze twee keer zo lang is geworden.

3p **22** Beredeneer hoeveel keer zo groot of klein de weerstand van de kleirol is geworden.

Hawkingstraling

Een zwart gat is een object waarvan de zwaartekracht zo groot is dat zelfs licht er niet meer aan kan ontsnappen: de ontsnappingssnelheid is groter dan de lichtsnelheid.
Onlangs is het wetenschappers gelukt om uit een enorme hoeveelheid afzonderlijke opnamen een beeld van een zwart gat te construeren.

figuur 1



Op 10 april 2019 werd de eerste foto ooit van een zwart gat gepubliceerd. Zie figuur 1.

De massa van een ster uit de hoofdreeks is af te leiden uit het stralingsvermogen met behulp van de volgende formule:

$$\frac{P}{P_{\text{zon}}} = \left(\frac{M}{M_{\text{zon}}}\right)^{3,8} \qquad (1)$$

hierin is:
- P het stralingsvermogen van de ster
- P_{zon} het stralingsvermogen van de zon
- M de massa van de ster
- M_{zon} de massa van de zon

Als de massa van een ster groter is dan 12 keer de massa van de zon, zal deze uiteindelijk een zwart gat worden. Op de uitwerkbijlage staat een Hertzsprung-Russell diagram. Hierin is een ster gemarkeerd.

3p **23** Bepaal of deze ster zal eindigen als een zwart gat.

Om te kunnen ontsnappen aan de gravitatiekracht van een zwaar hemellichaam moet de snelheid groter zijn dan de ontsnappingssnelheid van dat hemellichaam. Deze is te berekenen met de volgende formule:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \qquad (2)$$

hierin is:
- v de ontsnappingssnelheid in m s^{-1}
- G de gravitatieconstante in $\text{N m}^2\ \text{kg}^{-2}$
- M de massa van het hemellichaam in kg
- r de afstand tot aan het middelpunt in m

3p **24** Leid formule (2) af met behulp van formules uit het informatieboek.

Bij een zwart gat geldt dat op een bepaalde afstand van het middelpunt de benodigde ontsnappingssnelheid gelijk is aan de lichtsnelheid. Deze afstand wordt de schwartzschildstraal r_s genoemd. Alles wat dichterbij komt dan r_s zal nooit meer aan het zwarte gat kunnen ontsnappen. Hoewel er bij snelheden in de buurt van de lichtsnelheid rekening moet worden gehouden met de relativiteitstheorie blijk je voor de berekening van de schwartzschildstraal de klassieke formule (2) te kunnen gebruiken.

2p **25** Bereken de schwartzschildstraal van een zwart gat met een massa die 20 keer zo groot is als die van de zon.

Onder andere Stephen Hawking voorspelde in 1974 dat zwarte gaten in staat zijn om straling uit te zenden, ondanks het feit dat niets aan een zwart gat kan ontsnappen. Deze straling wordt hawkingstraling genoemd. Als gevolg hiervan verliest een zwart gat energie, wat ten koste gaat van de massa. Zwarte gaten 'verdampen' als het ware.
Hawkingstraling is tot nu toe nog niet experimenteel waargenomen. De reden daarvoor is dat de straling, als de voorspelling klopt, zeer moeilijk waarneembaar is.

Om het verdampen van een zwart gat te beschrijven beschouwde Hawking dit als een zwarte straler met straal r_s en temperatuur T. De hawkingstraling wordt in dit model dus beschreven met een planck-kromme. Voor de temperatuur geldt dan:

$$T = \frac{1{,}227 \cdot 10^{23}}{M} \qquad (3)$$

2p **26** Leg uit waarom hawkingstraling moeilijk waarneembaar is.

Voor het verband tussen het uitgestraalde vermogen door een zwart gat en de massa bestaat het volgende verband:

$$P \propto M^{-2} \qquad (4)$$

hierin betekent het symbool $\propto$ 'evenredig met'.

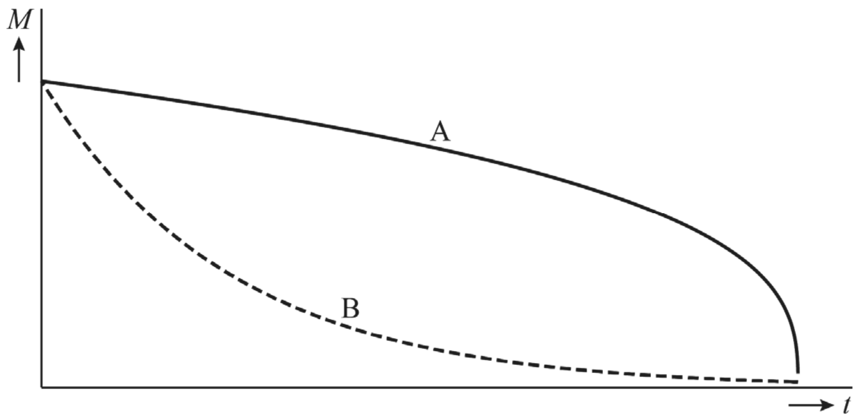
3p **27** Toon met behulp van formule (2) en formule (3) en een formule uit het informatieboek aan dat het verband in formule (4) klopt.

Let op: de laatste vraag van dit examen staat op de volgende pagina.

Door de hawkingstraling verliest een zwart gat voortdurend energie en daarmee ook massa. Hierbij geldt dat het massaverlies evenredig is met de uitgestraalde energie van het zwarte gat.

In figuur 2 zijn twee (M,t)-grafieken getekend.

figuur 2



2p **28** Leg uit welke grafiek, A of B, het juiste verband weergeeft tussen de massa van een zwart gat en de tijd.

Bronvermelding

Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift.