Correctievoorschrift VWO

2022

tijdvak 1

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Aanleveren scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.
Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Als het antwoord op een andere manier is gegeven, maar onomstotelijk vaststaat dat het juist is, dan moet dit antwoord ook goed gerekend worden. Voor het juiste antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 *T.a.v. de status van het correctievoorschrift:*
Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 *T.a.v. het verkeer tussen examinator en gecommitteerde (eerste en tweede corrector):*
Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht. Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten. Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht. Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 *T.a.v. aanvullingen op het correctievoorschrift:*
Er zijn twee redenen voor een aanvulling op het correctievoorschrift: verduidelijking en een fout.
Verduidelijking
Het correctievoorschrift is vóór de afname opgesteld. Na de afname blijkt pas welke antwoorden kandidaten geven. Vragen en reacties die via het Examenloket bij de Toets- en Examenlijn binnenkomen, kunnen duidelijk maken dat het correctievoorschrift niet voldoende recht doet aan door kandidaten gegeven antwoorden. Een aanvulling op het correctievoorschrift kan dan alsnog duidelijkheid bieden.
Een fout
Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een fout bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt door middel van een mailing vanuit Examenblad.nl bekendgemaakt. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

- Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
  en/of
- Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden Wolf-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Dit laatste gebeurt alleen als de aanvulling luidt dat voor een vraag alle scorepunten moeten worden toegekend.

Als een onvolkomenheid op een dusdanig laat tijdstip geconstateerd wordt dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt, houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1. Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
2. De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.

3a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.

3b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Inverse van $\ln(x)$

1 maximumscore 3

- (Bij de functie f_p hoort de vergelijking $y = p \cdot \ln(x)$ dus) bij de inverse functie van f_p hoort de vergelijking $x = p \cdot \ln(y)$ 1
- Dan is $\frac{x}{p} = \ln(y)$, dus $y = \mathrm{e}^{\frac{x}{p}}$ (en dat is een vergelijking die past bij g_p) 2

of

- (Bij de functie g_p hoort de vergelijking $y = \mathrm{e}^{\frac{x}{p}}$ dus) bij de inverse functie van g_p hoort de vergelijking $x = \mathrm{e}^{\frac{y}{p}}$ 1
- Dan is $\frac{y}{p} = \ln(x)$, dus $y = p\ln(x)$ (en dat is een vergelijking die past bij f_p) 2

of

- Er moet gelden: $g_p(f_p(x)) = x$ (voor alle x) 1
- $g_p(f_p(x)) = \mathrm{e}^{\frac{p\ln(x)}{p}} = \mathrm{e}^{\ln(x)} = x$ (dus g_p is de inverse van f_p) 2

of

- Er moet gelden: $f_p(g_p(x)) = x$ (voor alle x) 1
- $f_p(g_p(x)) = p\ln\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{p}}\right) = p \cdot \frac{x}{p} = x$ (dus f_p is de inverse van g_p) 2

of

- De standaardfuncties f_1 en g_1 zijn elkaars inverse — 1
- De grafiek van f_p ontstaat uit de grafiek van f_1 door een vermenigvuldiging met p ten opzichte van de x-as — 1
- De grafiek van g_p ontstaat uit de grafiek van g_1 door een vermenigvuldiging met p ten opzichte van de y-as (dus f_p en g_p zijn elkaars inverse) — 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement van het eerste, tweede, derde en vierde antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

2 maximumscore 5

- Beschrijven hoe het snijpunt van de grafieken van f_{-1} en g_{-1} (of het snijpunt van een van beide grafieken met de lijn $y = x$) gevonden kan worden — 1
- De grafieken van f_{-1} en g_{-1} snijden elkaar voor $x = 0{,}567...$ — 1
- $\int_0^{0{,}567...} g_{-1}(x)\,\mathrm{d}x + \int_{0{,}567...}^{1} f_{-1}(x)\,\mathrm{d}x$ moet worden berekend — 1
- Beschrijven hoe deze integralen kunnen worden berekend — 1
- De gevraagde oppervlakte is $(0{,}432... + 0{,}111... =)\,0{,}54$ — 1

of

- Beschrijven hoe het snijpunt van de grafieken van f_{-1} en g_{-1} (of het snijpunt van een van beide grafieken met de lijn $y = x$) gevonden kan worden — 1
- De grafieken van f_{-1} en g_{-1} snijden elkaar voor $x = 0{,}567...$ — 1
- $2 \cdot \int_0^{0{,}567...} (g_{-1}(x) - x)\,\mathrm{d}x$ moet worden berekend — 1
- Beschrijven hoe deze integraal kan worden berekend — 1
- De gevraagde oppervlakte is $0{,}54$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

3 **maximumscore 4**

- $f_p'(x) = \dfrac{p}{x}$ — 1
- Er moet gelden $f_p'(x) = 1$, en hieruit volgt $p = x$ — 1
- Er moet gelden $f_p(x) = x$, dus $p\ln(p) = p$ — 1
- De oplossing: $p = \mathrm{e}$ ($p = 0$ voldoet niet) — 1

of

- $g_p'(x) = \dfrac{1}{p}\mathrm{e}^{\frac{x}{p}}$ — 1
- Er moet gelden $g_p(x) = x$ en $g_p'(x) = 1$, dus $\mathrm{e}^{\frac{x}{p}} = x$ en $\dfrac{1}{p}\mathrm{e}^{\frac{x}{p}} = 1$ — 1
- Hieruit volgt $p = x$ — 1
- Uit $\mathrm{e}^{\frac{x}{p}} = x$ met $p = x$ volgt: $p = \mathrm{e}$ — 1

Opmerking
Als een kandidaat alleen opmerkt dat moet gelden $f_p(x) = g_p(x) = x$ *en* $f_p'(x) = g_p'(x) = 1$*, voor deze vraag 1 scorepunt toekennen.*

Letter op het computerbeeldscherm

4 maximumscore 3

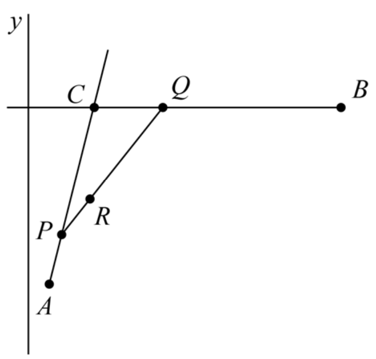
- Een vergelijking van de raaklijn in B is $y = \frac{19}{10}$ — 1
- Een vergelijking van de raaklijn in A is $y - \frac{4}{3} = 4\left(x - \frac{1}{15}\right)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1
- $\frac{19}{10} - \frac{4}{3} = 4\left(x - \frac{1}{15}\right)$ oplossen geeft $x = \frac{5}{24}$ — 1

5 maximumscore 3

- Het tekenen van punt P met $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + 0,25 \cdot \overrightarrow{AC}$ (of P op lijnstuk AC zo dat $AP = 0,25 \cdot AC$) — 1
- Het tekenen van punt Q met $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OC} + 0,25 \cdot \overrightarrow{CB}$ (of Q op lijnstuk CB zo dat $CQ = 0,25 \cdot CB$) — 1
- Het tekenen van punt R met $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + 0,25 \cdot \overrightarrow{PQ}$ (of R op lijnstuk PQ zo dat $PR = 0,25 \cdot PQ$) — 1

of

- $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + 0,25 \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0,066... \\ 1,333... \end{pmatrix} + 0,25 \cdot \begin{pmatrix} 0,141... \\ 0,566... \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,102... \\ 1,475 \end{pmatrix}$ en
  $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OC} + 0,25 \cdot \overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} 0,208... \\ 1,9 \end{pmatrix} + 0,25 \cdot \begin{pmatrix} 0,791... \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,406... \\ 1,9 \end{pmatrix}$ — 1
- $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + 0,25 \cdot \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 0,102... \\ 1,475 \end{pmatrix} + 0,25 \cdot \begin{pmatrix} 0,304... \\ 0,425 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,178... \\ 1,581... \end{pmatrix}$ — 1
- Het bepalen van de schaal (bijvoorbeeld met behulp van de afstand van punt B tot de y-as) geeft 6,7:1 en vervolgens het tekenen van punt R — 1



Opmerking
Voor elk van de drie punten geldt: een afwijking van maximaal 1 mm is toegestaan. Als P en/of Q niet binnen de marge zijn getekend, maar R wel is getekend, uitgaande van de getekende P en Q, en wél binnen de marge van 1 mm, dan voor R geen scorepunt in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores

6 maximumscore 5

Een herleiding

- waarin minimaal twee van de volgende zes formules zijn gebruikt: $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + t \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OC} + t \cdot \overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + t \cdot \overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$ — 1
- waarin minimaal vier van de hierboven genoemde formules zijn gebruikt — 1
- waarin alle zes hierboven genoemde formules zijn gebruikt — 1
- van $\overrightarrow{OR}$ tot een formule zonder haakjes uitgedrukt in t, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ en $\overrightarrow{OC}$, bijvoorbeeld $\overrightarrow{OA} + t \cdot \overrightarrow{OC} - t \cdot \overrightarrow{OA} + t \cdot \overrightarrow{OC} + t^2 \cdot \overrightarrow{OB} - t^2 \cdot \overrightarrow{OC} - t \cdot \overrightarrow{OA} - t^2 \cdot \overrightarrow{OC} + t^2 \cdot \overrightarrow{OA}$ — 1
- van $\overrightarrow{OR}$ tot $\overrightarrow{OR} = (1-t)^2 \cdot \overrightarrow{OA} + t^2 \cdot \overrightarrow{OB} + 2t(1-t) \cdot \overrightarrow{OC}$ — 1

7 maximumscore 3

- $\overrightarrow{OR} = (1-t)^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} + t^2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + 2t(1-t) \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ — 1
- $\overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4(1-t)^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2t^2 \\ 2t^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6t(1-t) \\ 0 \end{pmatrix}$ — 1
- Dus $\overrightarrow{OR} = \begin{pmatrix} 2t^2 + 6t - 6t^2 \\ 4 - 8t + 4t^2 + 2t^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4t^2 + 6t \\ 6t^2 - 8t + 4 \end{pmatrix}$ — 1

of

- $\overrightarrow{OR} = (1-t)^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} + t^2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + 2t(1-t) \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ — 1
- $x(t) = 2 \cdot t^2 + 3 \cdot 2t(1-t)$ en $y(t) = 4 \cdot (1-t)^2 + 2 \cdot t^2$ — 1
- Voor de rest van de herleiding — 1

Gebroken sinusfunctie

8 maximumscore 8

- De gemeenschappelijke punten kunnen gevonden worden met de vergelijking $\frac{\sin(x)}{\sin(2x)} = \sin(x)$ 1
- ($\sin(x) = \sin(x)\sin(2x)$ geeft) $\sin(x) = 0$ of $\sin(2x) = 1$ 1
- $\sin(2x) = 1$ geeft $2x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$ ($\sin(x) = 0$ voldoet niet) 1
- Op het domein geeft dit $x = \frac{1}{4}\pi$ of $x = -\frac{3}{4}\pi$ 1
- $f'(x) = \frac{\cos(x) \cdot \sin(2x) - \sin(x) \cdot 2\cos(2x)}{\sin^2(2x)}$ (of een gelijkwaardige vorm) 2
- $g'(x) = \cos(x)$ 1
- $f'\left(\frac{1}{4}\pi\right) = g'\left(\frac{1}{4}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ en $f'\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = g'\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$, dus de grafieken van f en g raken elkaar in twee punten 1

Opmerkingen

– *Voor het vijfde antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.*

– *Als een kandidaat alleen opmerkt dat moet gelden $f(x) = g(x)$ en $f'(x) = g'(x)$, voor deze vraag 1 scorepunt toekennen.*

Raaklijn verschuiven

9 maximumscore 4

- $x^2 - 2x\sqrt{x} + x = 0$ geeft $x = 0$ of $x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$ — 1
- $x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$ geeft $\left(\sqrt{x} - 1\right)^2 = 0$ — 1
- Dit geeft $x = 1$ — 1
- De enige twee oplossingen zijn $x = 0$ en $x = 1$ — 1

of

- $x^2 - 2x\sqrt{x} + x = 0$ geeft $x = 0$ of $x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$ — 1
- $x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$ geeft $2\sqrt{x} = x + 1$ en dan volgt $x^2 - 2x + 1 = 0$ — 1
- Dit geeft $x = 1$ — 1
- De enige twee oplossingen zijn $x = 0$ en $x = 1$ — 1

10 maximumscore 4

- De gevraagde oppervlakte is gelijk aan $\int_0^1 (x^2 - 2x\sqrt{x} + x)\,\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve van $x^2 - 2x\sqrt{x} + x$ is $\frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2}x^2$ — 2
- De oppervlakte is gelijk aan $\frac{1}{30}$ — 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

11 maximumscore 7

- $f'(x) = 2x - 3\sqrt{x} + 1$ 1
- $f'(0) = 1$ 1
- Uit $2x - 3\sqrt{x} + 1 = 1$ volgt $2\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - \frac{3}{2}\right) = 0$ (of $2x = 3\sqrt{x}$) 1
- Dit geeft ($x = 0$ of) ($\sqrt{x} = \frac{3}{2}$ dus) $x = \frac{9}{4}$ 1
- $f(\frac{9}{4}) = \frac{9}{16}$ 1
- De raaklijn bij $x = \frac{9}{4}$ heeft vergelijking $y = (x - \frac{9}{4}) + \frac{9}{16}$ 1
- (Dit is gelijk aan $y = x - \frac{27}{16}$, dus) $a = \frac{27}{16}$ 1

of

- $f'(x) = 2x - 3\sqrt{x} + 1$ 1
- $f'(0) = 1$ (dus lijn k heeft vergelijking $y = x$) 1
- Uit $2x - 3\sqrt{x} + 1 = 1$ volgt $2\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - \frac{3}{2}\right) = 0$ (of $2x = 3\sqrt{x}$) 1
- Dit geeft ($x = 0$ of) ($\sqrt{x} = \frac{3}{2}$ dus) $x = \frac{9}{4}$ 1
- $f(\frac{9}{4}) = \frac{9}{16}$ 1
- Lijn k verschuiven over de vector $\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$ geeft vergelijking $y = x - a$ 1
- $\frac{9}{16} = \frac{9}{4} - a$ geeft $a = \frac{27}{16}$ 1

Vulkaan

12 maximumscore 3

- $t = \dfrac{x}{210\cos(\alpha)}$ 1
- $y = 2000 + 210\sin(\alpha) \cdot \dfrac{x}{210\cos(\alpha)} - 4{,}9 \cdot \left(\dfrac{x}{210\cos(\alpha)}\right)^2$ 1
- $\dfrac{4{,}9}{210^2} = \dfrac{1}{9000}$, dus $y = 2000 + \tan(\alpha) \cdot x - \dfrac{1}{9000\cos^2(\alpha)} \cdot x^2$ 1

of

- $x = 210\cos(\alpha) \cdot t$ en $y = 2000 + 210\sin(\alpha) \cdot t - 4{,}9t^2$ invullen in formule 2 geeft
  $210\sin(\alpha) \cdot t - 4{,}9t^2 = \tan(\alpha) \cdot 210\cos(\alpha) \cdot t - \dfrac{1}{9000\cos^2(\alpha)} \cdot \left(210\cos(\alpha) \cdot t\right)^2$ 1
- Dit geeft $210\sin(\alpha) \cdot t - 4{,}9t^2 = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \cdot 210\cos(\alpha) \cdot t - \dfrac{44\,100\cos^2(\alpha) \cdot t^2}{9000\cos^2(\alpha)}$ 1
- Dit geeft $210\sin(\alpha) \cdot t - 4{,}9t^2 = 210\sin(\alpha) \cdot t - 4{,}9t^2$ dus deze gelijkheid geldt (voor elke waarde van α en t) (en hiermee is formule 2 bewezen) 1

13 maximumscore 3

- De vergelijking $0 = 2000 + \tan(1) \cdot x - \dfrac{1}{9000\cos^2(1)} \cdot x^2$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- De gevraagde afstand is 5100 (meter) (het antwoord –1000 voldoet niet) 1

14 maximumscore 4

- Voor een gemeenschappelijk punt moet gelden
  $-\frac{1}{9000}\cdot x^2+4250=-\frac{1+\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot x^2+\tan(\alpha)\cdot x+2000$ 1
- Herleiden tot $\frac{\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot x^2-\tan(\alpha)\cdot x+2250=0$ 1
- $D=\left(-\tan(\alpha)\right)^2-4\cdot\frac{\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot 2250$ 1
- $D=\tan^2(\alpha)-\tan^2(\alpha)=0$ (voor elke α) (dus heeft elke parabool precies één punt gemeenschappelijk met de gestippelde kromme) 1

of

- Er geldt voor formule 3: $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{-1-\tan^2(\alpha)}{4500}\cdot x+\tan(\alpha)$ en voor de formule van de gestippelde kromme: $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{-1}{4500}\cdot x$ 1
- Gelijkstellen geeft $x=\frac{4500}{\tan(\alpha)}$ 1
- $x=\frac{4500}{\tan(\alpha)}$ invullen in formule 3 geeft:
  $y=\frac{-1-\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot\left(\frac{4500}{\tan(\alpha)}\right)^2+\tan(\alpha)\cdot\frac{4500}{\tan(\alpha)}+2000=-\frac{4500}{2\tan^2(\alpha)}+4250$ 1
- $x=\frac{4500}{\tan(\alpha)}$ invullen in formule 4 geeft:
  $y=-\frac{1}{9000}\cdot\left(\frac{4500}{\tan(\alpha)}\right)^2+4250=-\frac{4500}{2\tan^2(\alpha)}+4250$ (en dus is er voor iedere waarde van α een punt waarin de functiewaarden en de afgeleiden aan elkaar gelijk zijn, dus raken de banen in dat punt aan de gestippelde kromme) 1

Opmerking
Als een kandidaat alleen opmerkt dat moet gelden
$-\frac{1+\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot x^2+\tan(\alpha)\cdot x+2000=-\frac{1}{9000}\cdot x^2+4250$ *en*
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(-\frac{1+\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot x^2+\tan(\alpha)\cdot x+2000\right)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(-\frac{1}{9000}\cdot x^2+4250\right)$, *voor deze vraag 1 scorepunt toekennen.*

Scheve asymptoot

15 **maximumscore 8**

- (Als x onbegrensd toeneemt, gaat $\frac{2}{x}$ naar de limietwaarde 0, dus) een vergelijking van de scheve asymptoot is $y = x$ 1
- $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$ 1
- Een vergelijking van de raaklijn in P is $y = (1 - \frac{2}{p^2})x + b$ 1
- Dan geldt (omdat $P(p, p + \frac{2}{p})$) $p + \frac{2}{p} = (1 - \frac{2}{p^2})p + b$ 1
- Dan volgt $b = \frac{4}{p}$ (dus $Q(0, \frac{4}{p})$) 1
- Voor het snijpunt R geldt $x_R = (1 - \frac{2}{p^2})x_R + \frac{4}{p}$ 1
- Hieruit volgt $x_R = 2p$ (dus $R(2p, 2p)$) 1
- $\frac{x_Q + x_R}{2} = \frac{0 + 2p}{2} = p = x_P$ (of $\frac{y_Q + y_R}{2} = \frac{\frac{4}{p} + 2p}{2} = \frac{2}{p} + p = y_P$), dus punt P is het midden van lijnstuk QR 1

of

- (Als x onbegrensd toeneemt, gaat $\frac{2}{x}$ naar de limietwaarde 0, dus) een vergelijking van de scheve asymptoot is $y = x$ — 1
- $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$ — 1
- Een vergelijking van de raaklijn in P is $y - p - \frac{2}{p} = (1 - \frac{2}{p^2})(x - p)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) (dus $Q(0, \frac{4}{p})$) — 2
- Voor het snijpunt met de scheve asymptoot geldt $x = (1 - \frac{2}{p^2})(x - p) + p + \frac{2}{p}$ — 1
- Dan volgt $x = x - p - \frac{2}{p^2}x + \frac{2}{p} + p + \frac{2}{p} = x - \frac{2}{p^2}x + \frac{4}{p}$ — 1
- Hieruit volgt $x_R = 2p$ (dus $R(2p, 2p)$) — 1
- $\frac{x_Q + x_R}{2} = \frac{0 + 2p}{2} = p = x_P$ (of $\frac{y_Q + y_R}{2} = \frac{\frac{4}{p} + 2p}{2} = \frac{2}{p} + p = y_P$), dus punt P is het midden van lijnstuk QR — 1

of

- (Als x onbegrensd toeneemt, gaat $\frac{2}{x}$ naar de limietwaarde 0, dus) een vergelijking van de scheve asymptoot is $y = x$ — 1
- $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$ — 1
- Een vergelijking van de raaklijn in P is $y - p - \frac{2}{p} = (1 - \frac{2}{p^2})(x - p)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 2
- Uit $x_Q = 0$ en $x_P = p$ volgt dat moet gelden dat $x_R = 2p$ — 1
- $x_Q = 0$ geeft $y_Q - p - \frac{2}{p} = -p + \frac{2}{p}$ ofwel $y_Q = \frac{4}{p}$ — 1
- Uit $y_Q = \frac{4}{p}$ en $y_P = p + \frac{2}{p}$ volgt dat moet gelden dat $y_R = 2p$ — 1
- $x_R = y_R$, dus punt R ligt op de scheve asymptoot (en daarmee is P het midden van QR) — 1

Opmerking
Voor het derde antwoordelement van het tweede en derde antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

Vlieger

16 maximumscore 5

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 1
- $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix}$ is een normaalvector van de middelloodlijn, dus een vergelijking van de middelloodlijn is $x - ay = c$, voor zekere waarde van c 1
- Invullen van $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ geeft $c = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2$, dus een vergelijking is $x - ay = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2$ 1
- Invullen van $D(-1, 0)$ geeft de vergelijking $-1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2$ 1
- Dit geeft (omdat $a > 0$) de oplossing $a = \sqrt{3}$ 1

of

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 1
- $rc_{AB} = -a$ dus de richtingscoëfficiënt van de middelloodlijn van AB is $\frac{1}{a}$ 1
- Een vergelijking van de middelloodlijn is: $y = \frac{1}{a}x + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2a}$ 1
- De lijn moet door $D(-1,0)$ gaan, dus er moet gelden $0 = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2a}$ 1
- De oplossing is (omdat $a > 0$) $a = \sqrt{3}$ 1

of

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk AB 1
- $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix}$ is een normaalvector van de middelloodlijn, dus $\begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$ is een richtingsvector 1
- $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}a \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$ is een vectorvoorstelling van de middelloodlijn 1
- Invullen van $D(-1, 0)$ geeft het stelsel $\begin{cases} -1 = \frac{1}{2} + at \\ 0 = \frac{1}{2}a + t \end{cases}$ 1
- Een berekening waaruit volgt (omdat $a > 0$) dat $a = \sqrt{3}$ 1

of

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk *AB* 1
- $MB^2 = (\frac{1}{2} - 1)^2 + (\frac{1}{2}a)^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}$ en $DM^2 = (\frac{1}{2} - -1)^2 + (\frac{1}{2}a)^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{9}{4}$ 2
- Pythagoras in rechthoekige driehoek *BDM* geeft $DM^2 + MB^2 = DB^2$, ofwel $\frac{1}{4}a^2 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4} = 4$ 1
- Hieruit volgt (omdat $a > 0$) $a = \sqrt{3}$ 1

of

- Als de middelloodlijn van *AB* door *D* gaat, dan is driehoek *DMB* gelijkvormig met driehoek *DMA*, waarbij *M* het midden is van lijnstuk *AB* 2
- Dus $DA = DB = 2$ 1
- Pythagoras in driehoek *OAD* geeft $a^2 + 1^2 = 2^2$ 1
- Dus (omdat $a > 0$) $a = \sqrt{3}$ 1

of

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk *AB* 1
- $\begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix}$ is een richtingsvector van *AB* 1
- $\begin{pmatrix} 1\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}a \end{pmatrix}$ is een richtingsvector van *DM* 1
- $\begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}a \end{pmatrix} = 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2 = 0$ 1
- Een berekening waaruit volgt (omdat $a > 0$) dat $a = \sqrt{3}$ 1

of

- $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ is het midden van lijnstuk *AB* 1
- Hoek *BMD* is 90° dus *M* ligt op de cirkel met middellijn *DB* 1
- Een vergelijking van de cirkel met middellijn *DB* is $x^2 + y^2 = 1$ 1
- $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ invullen geeft $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = 1$ 1
- Een berekening waaruit volgt (omdat $a > 0$) dat $a = \sqrt{3}$ 1

of

- Voor de punten $P(x, y)$ op de middelloodlijn van AB geldt $\mathrm{d}(P, A) = \mathrm{d}(P, B)$ 1
- $x^2 + (y-a)^2 = (x-1)^2 + y^2$ 1
- De middelloodlijn gaat door D, dus $(-1, 0)$ is een oplossing van deze vergelijking 1
- Substitutie geeft $1 + a^2 = 4$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- Een berekening waaruit volgt (omdat $a > 0$) dat $a = \sqrt{3}$ 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement van het vierde antwoordalternatief en het eerste antwoordelement van het vijfde antwoordalternatief mogen 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.

17 maximumscore 4

- Het totaal van de puntmassa's heeft gewicht $4+a$ 1
- Voor het zwaartepunt Z van de vier puntmassa's geldt $\overrightarrow{OZ} = \frac{a}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{2}{4+a} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}$ 1
- De coördinaten van het zwaartepunt Z zijn dus $\left(0, \frac{a}{4+a}\right)$ (of: de tweede coördinaat van Z is $\frac{a}{4+a}$) 1
- $\lim\limits_{a \to \infty} \frac{a}{4+a} = \lim\limits_{a \to \infty} \frac{1}{\frac{4}{a}+1} = 1$ (dus de y-coördinaat van P is 1) 1

of

- Het totaal van de puntmassa's heeft gewicht $4+a$ 1
- (Vanwege symmetrie ligt Z op de y-as, en) voor het zwaartepunt Z van de puntmassa's geldt $y_Z = \frac{1}{4+a}\left(-1 \cdot a + a \cdot 2\right)$ 1
- Dus $y_Z = \frac{a}{4+a}$ 1
- $\lim\limits_{a \to \infty} \frac{a}{4+a} = \lim\limits_{a \to \infty} \frac{1}{\frac{4}{a}+1} = 1$ (dus de y-coördinaat van P is 1) 1

5 Aanleveren scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per examinator in de applicatie Wolf. Cito gebruikt deze gegevens voor de analyse van de examens.
Om de gegevens voor dit doel met Cito uit te wisselen dient u ze uiterlijk op 31 mei te accorderen.

Ook na 31 mei kunt u nog tot en met 8 juni gegevens voor Cito accorderen. Deze gegevens worden niet meer meegenomen in de hierboven genoemde analyses, maar worden wel meegenomen bij het genereren van de groepsrapportage.

Na accordering voor Cito kunt u in Wolf de gegevens nog wijzigen om ze vervolgens vrij te geven voor het overleg met de externe corrector. Deze optie is relevant als u Wolf ook gebruikt voor uitwisseling van de gegevens met de externe corrector.

wiskunde B vwo

Centraal examen vwo

Tijdvak 1

Correctievoorschrift

Aan de secretarissen van het eindexamen van de scholen voor vwo,

Bij het centraal examen wiskunde B vwo:

Op **pagina 9**, bij **vraag 5** moet de volgende opmerking worden toegevoegd:

Als een kandidaat vraag 5 oplost volgens het tweede alternatief en daarvoor een foutieve waarde van de x-coördinaat van C gebruikt (zoals berekend in opgave 4), hiervoor geen punten in mindering brengen.

Op **pagina 14**, bij **vraag 13** moet de volgende opmerking worden toegevoegd:

Als een leerling de afstand tot de top van de vulkaan berekent, en daarvoor gebruik maakt van x=5100 (of nauwkeuriger), dan mogen alle punten al worden toegekend mits het eindantwoord op honderden meters is afgerond.

Ik verzoek u dit bericht door te geven aan de correctoren wiskunde B vwo.

Namens het College voor Toetsen en Examens,

drs. P.J.J. Hendrikse,
voorzitter