Correctievoorschrift VWO

2021

tijdvak 2

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Aanleveren scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.
Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Als het antwoord op een andere manier is gegeven, maar onomstotelijk vaststaat dat het juist is, dan moet dit antwoord ook goed gerekend worden. Voor het juiste antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 *T.a.v. de status van het correctievoorschrift:*
Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 *T.a.v. het verkeer tussen examinator en gecommitteerde (eerste en tweede corrector):*
Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht. Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten. Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht. Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 *T.a.v. aanvullingen op het correctievoorschrift:*
Er zijn twee redenen voor een aanvulling op het correctievoorschrift: verduidelijking en een fout.
Verduidelijking
Het correctievoorschrift is vóór de afname opgesteld. Na de afname blijkt pas welke antwoorden kandidaten geven. Vragen en reacties die via het Examenloket bij de Toets- en Examenlijn binnenkomen, kunnen duidelijk maken dat het correctievoorschrift niet voldoende recht doet aan door kandidaten gegeven antwoorden. Een aanvulling op het correctievoorschrift kan dan alsnog duidelijkheid bieden.
Een fout
Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een fout bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.

Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt door middel van een mailing vanuit Examenblad.nl bekendgemaakt. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

- Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
  en/of
- Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden Wolf-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Dit laatste gebeurt alleen als de aanvulling luidt dat voor een vraag alle scorepunten moeten worden toegekend.

Als een onvolkomenheid op een dusdanig laat tijdstip geconstateerd wordt dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt, houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.

3a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.

3b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Kromme K

1 maximumscore 3

- $x'(t) = -3\cos^2(t) \cdot \sin(t)$ 1
- $y'(t) = 3\sin^2(t) \cdot \cos(t)$ 1
- De helling is $\dfrac{y'(t)}{x'(t)} = \dfrac{3\sin^2(t) \cdot \cos(t)}{-3\cos^2(t) \cdot \sin(t)}$ en de verdere herleiding tot $\dfrac{y'(t)}{x'(t)} = -\dfrac{\sin(t)}{\cos(t)}$ 1

2 maximumscore 3

- Een vergelijking van de raaklijn is $y = -\dfrac{\sin(t)}{\cos(t)}x + b$ en gaat door $\left(\cos^3(t), \sin^3(t)\right)$ 1
- Dit geeft: $b = \sin^3(t) + \sin(t) \cdot \cos^2(t) = \sin(t) \cdot \left(\sin^2(t) + \cos^2(t)\right)$ 1
- $\cos^2(t) + \sin^2(t) = 1$ geeft $b = \sin(t)$ (dus is de vergelijking juist) 1

of

- $\cos^3(t)$ invullen in de vergelijking geeft: $y = -\dfrac{\sin(t)}{\cos(t)} \cdot \cos^3(t) + \sin(t) = -\sin(t) \cdot \cos^2(t) + \sin(t)$ 1
- $\cos^2(t) = 1 - \sin^2(t)$ geeft $y = -\sin(t)\left(1 - \sin^2(t)\right) + \sin(t)$ 1
- Dit is gelijk aan $\sin^3(t)$ (dus ligt $\left(\cos^3(t), \sin^3(t)\right)$ op de lijn) 1

3 maximumscore 3

- Raaklijn snijden met de y-as geeft $y_B = \sin(t)$ 1
- Raaklijn snijden met de x-as: $-\dfrac{\sin(t)}{\cos(t)}x_A + \sin(t) = 0$ geeft $x_A = \cos(t)$ 1
- De lengte van het lijnstuk AB is $\sqrt{\sin^2(t) + \cos^2(t)} = 1$ 1

Vectoren spiegelen

4 maximumscore 4

- $\overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ 1
- $p \cdot \overrightarrow{OF} + q \cdot \overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} 7p + 7q \\ 2p - 2q \end{pmatrix}$ 1
- Beschrijven hoe het stelsel $\begin{cases} 7p + 7q = 7 \\ 2p - 2q = -3 \end{cases}$ exact kan worden opgelost 1
- $p = -\frac{1}{4}$ en $q = \frac{5}{4}$ 1

5 maximumscore 5

- Als S de loodrechte projectie van F op k is, dan is $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ een vectorvoorstelling van de lijn door F en S 1
- S ligt op k en op de lijn door F en S, dus $\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ 1
- De oplossing van dit stelsel is $s = -\frac{22}{25}$ (en $t = \frac{29}{25}$) 1
- Dus $x_S = 3\frac{12}{25}$ 1
- Dit is minder dan de helft van $x_F = 7$, dus ligt het spiegelbeeld links van de y-as 1

of

- Een vergelijking van k is $y = \frac{4}{3}x$ 1
- Een vergelijking van de lijn loodrecht op k en door F is $y = -\frac{3}{4}(x - 7) + 2$ 1
- De x-coördinaat van het snijpunt S kan worden berekend met $\frac{4}{3}x = -\frac{3}{4}(x - 7) + 2$ 1
- Dit geeft $x_S = 3\frac{12}{25}$ 1
- $x_{F'} = x_F - 2 \cdot (x_F - x_S) = -\frac{1}{25}$ (of: $x_{F'} = x_S - (x_F - x_S) = -\frac{1}{25}$) (met F' het eindpunt van het spiegelbeeld) en dus ligt het spiegelbeeld links van de y-as 1

of

- Voor de hoek α tussen $\overrightarrow{OF}$ en lijn k geldt
  $\cos(\alpha) = \dfrac{\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix}\right|}$ $(=0,796...)$ 1
- Hieruit volgt $\alpha = 37,1...°$ 1
- Voor de hoek β tussen k en de y-as geldt $\cos(\beta) = \dfrac{\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right|}$ $(=0,8)$ 1
- Hieruit volgt $\beta = 36,8...°$ 1
- Omdat $\beta < \alpha$ (en bij spiegeling de hoek tussen de vector en lijn k gelijk blijft) ligt het spiegelbeeld links van de y-as 1

of

- Voor de hoek α_1 tussen $\overrightarrow{OF}$ en de x-as geldt $\tan(\alpha_1) = \frac{2}{7}$ 1
- Voor de hoek α_2 tussen lijn k en de x-as geldt $\tan(\alpha_2) = \frac{4}{3}$, dus $\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = 37,1...°$ 1
- Voor de hoek β tussen k en de y-as geldt $\tan(\beta) = \frac{3}{4}$ (of $\beta = 90° - \alpha_2$) 1
- Hieruit volgt $\beta = 36,8...°$ 1
- Omdat $\beta < \alpha$ (en bij spiegeling de hoek tussen de vector en lijn k gelijk blijft) ligt het spiegelbeeld links van de y-as 1

of

- Voor de hoek α_1 tussen $\overrightarrow{OF}$ en de x-as geldt $\tan(\alpha_1) = \frac{2}{7}$ 1
- Voor de hoek α_2 tussen lijn k en de x-as geldt $\tan(\alpha_2) = \frac{4}{3}$, dus $\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = 37,1...°$ 1
- De hoek van de gespiegelde vector met de x-as is $\alpha_2 + \alpha$ 1
- Deze hoek is $53,1... + 37,1... = 90,...(°)$ 1
- Dit is meer dan $90\,(°)$ dus ligt de gespiegelde vector links van de y-as 1

Raaklijnen bij een vierdegraadsfunctie

6 maximumscore 4

- $f_p'(x) = x^3 - 3x^2 + p$ 1
- $f_p'(2) = p - 4$ dus een vergelijking van l is $y = (p-4)x + 4$ 1
- De oplossing van de vergelijking $px = (p-4)x + 4$ is de x-coördinaat van M 1
- De oplossing is (voor alle p) $x = 1$ (en dus is M het midden van AB) 1

of

- $f_p(2) = 2p - 4$ dus $A(2, 2p-4)$ 1
- Lijn l door $A(2, 2p-4)$ en $B(0, 4)$ heeft vergelijking $y = (p-4)x + 4$ 1
- De oplossing van de vergelijking $px = (p-4)x + 4$ is de x-coördinaat van M 1
- De oplossing is (voor alle p) $x = 1$ (en dus is M het midden van AB) 1

of

- $f_p(2) = 2p - 4$ dus $A(2, 2p-4)$ 1
- Het midden van AB is $(1, p)$ 1
- $(1, p)$ ligt op de lijn door A en B en daarmee op lijn l 1
- $p \cdot 1 = p$ dus $(1, p)$ ligt op k (en dus is het midden van AB het snijpunt van k en l) 1

7 maximumscore 5

- De vergelijking $\frac{1}{4}x^4 - x^3 + px = px$ moet worden opgelost 1
- De oplossingen zijn $x = 0$ en $x = 4$ 1
- De oppervlakte van V is gelijk aan $$\int_0^4 \left(px - \left(\tfrac{1}{4}x^4 - x^3 + px \right) \right) \mathrm{d}x = \int_0^4 \left(-\tfrac{1}{4}x^4 + x^3 \right) \mathrm{d}x$$ 1
- Een primitieve van $-\frac{1}{4}x^4 + x^3$ is $-\frac{1}{20}x^5 + \frac{1}{4}x^4$ 1
- De oppervlakte van V is $12\frac{4}{5}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

Bankenformules

8 maximumscore 4

- Bij groeipercentage p hoort groeifactor $1+\frac{p}{100}$ — 1
- Bij verdubbelingstijd T geldt $\left(1+\frac{p}{100}\right)^T=2$ — 1
- $\ln\left(\left(1+\frac{p}{100}\right)^T\right)=T\cdot\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)$ — 1
- Hieruit volgt $T\cdot\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)=\ln(2)$ dus $T=\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}$ — 1

of

- Uit $g^T=2$ volgt $T={}^{g}\log(2)$ — 1
- Dus $T=\dfrac{\ln(2)}{\ln(g)}$ — 1
- Bij groeipercentage p hoort groeifactor ($g=$) $1+\frac{p}{100}$ — 1
- Dus $T=\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}$ — 1

9 maximumscore 4

- De formule voor de verticale afstand A tussen lijn k en de grafiek van f is $A(x)=\frac{1}{100}x-\ln\left(1+\frac{x}{100}\right)$ (met $x>0$) — 1
- $A'(x)=\frac{1}{100}-\frac{1}{100+x}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 2
- Een redenering waaruit volgt dat $A'(x)>0$ (en dus wordt de verticale afstand groter) — 1

of

- De formule voor de verticale afstand A tussen lijn k en de grafiek van f is $A(x)=\frac{1}{100}x-\ln\left(1+\frac{x}{100}\right)$ (met $x>0$) — 1
- $A'(x)=\frac{1}{100}-\frac{1}{100+x}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 2
- $A''(x)=\dfrac{1}{(100+x)^2}>0$ (en dus wordt de verticale afstand groter) — 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

10 maximumscore 5

- Het verschil tussen T en T_1 is $\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}-\dfrac{70}{p}$ (of $\left|\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}-\dfrac{70}{p}\right|$) 1
- Het verschil tussen T en T_2 is $\dfrac{72}{p}-\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}$ (of $\left|\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}-\dfrac{72}{p}\right|$) 1
- De vergelijking $\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}-\dfrac{70}{p}=\dfrac{72}{p}-\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}$ moet worden opgelost 1
- Dit geeft $p=4,9...$ 1
- Het gevraagde rentepercentage is 5,0 1

of

- Het verschil tussen T en T_1 is $\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}-\dfrac{70}{p}$ (of $\left|\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}-\dfrac{70}{p}\right|$) 1
- Het verschil tussen T en T_2 is $\dfrac{72}{p}-\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}$ (of $\left|\dfrac{\ln(2)}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)}-\dfrac{72}{p}\right|$) 1
- Beschrijven hoe bovenstaande verschilformules in een tabel kunnen worden weergegeven 1
- $p=4,9$ geeft 0,203… respectievelijk 0,204… en $p=5,0$ geeft 0,206… respectievelijk 0,193… 1
- Het gevraagde rentepercentage is 5,0 1

Opmerking
Als in de verschilformules de termen zijn verwisseld, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores

Twee wortelgrafieken

11 maximumscore 6

- $g'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- De lijn door O en P heeft vergelijking $y = \dfrac{2}{\sqrt{p}}x$ 1
- Voor punt Q moet gelden $\dfrac{2}{\sqrt{p}}x = \sqrt{2x}$ 1
- Dan volgt ($x = 0$ of) $\dfrac{4}{p} \cdot x = 2$ 1
- Dit geeft $x_Q = \frac{1}{2}p$ 1
- $g'(\frac{1}{2}p) = (\dfrac{1}{\sqrt{2 \cdot \frac{1}{2}p}} =) \dfrac{1}{\sqrt{p}}$ (en dat is gelijk aan $f'(p)$) 1

12 maximumscore 6

- De y-coördinaat van P is 4 en de y-coördinaat van R is $\sqrt{8}$ $(= 2\sqrt{2})$ 1
- De oppervlakte van driehoek PRS is $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \left(4 - 2\sqrt{2}\right) = 8\left(2 - \sqrt{2}\right)$ 1
- De oppervlakte van het vlakdeel is $\displaystyle\int_0^4 \left(2\sqrt{x} - \sqrt{2x}\right) \mathrm{d}x$
  (of $\displaystyle\int_0^4 \left(2 - \sqrt{2}\right)\sqrt{x}\, \mathrm{d}x$) 1
- Een primitieve van $2\sqrt{x} - \sqrt{2x}$ is $\frac{4}{3}x\sqrt{x} - \frac{2}{3}x\sqrt{2x}$ (of $\frac{2}{3}\left(2 - \sqrt{2}\right)x\sqrt{x}$) 1
- De oppervlakte van het vlakdeel is $\frac{32}{3} - \frac{16}{3}\sqrt{2}$ (of $\frac{16}{3}\left(2 - \sqrt{2}\right)$) 1
- De verhouding tussen de oppervlakte van het vlakdeel en de oppervlakte van driehoek PRS is 2 : 3 (of een gelijkwaardige verhouding) (of: de oppervlakte van driehoek PRS is 1,5 keer zo groot als de oppervlakte van het vlakdeel) 1

Asymptoten en raaklijnen

13 maximumscore 3

- $\lim\limits_{x\to\infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$ (of $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$), dus de grafiek van *f* heeft een horizontale asymptoot met vergelijking $y = 1$ — 1
- $\lim\limits_{x\uparrow 0} e^{-\frac{1}{x}} = \infty$, dus de grafiek van *f* heeft een verticale asymptoot met vergelijking $x = 0$ — 1
- Dus de grafiek van de inverse functie van *f* heeft een horizontale asymptoot met vergelijking $y = 0$ en een verticale asymptoot met vergelijking $x = 1$ — 1

of

- De inverse functie van *f* is gegeven door $f^{\text{inv}}(x) = \dfrac{-1}{\ln(x)}$ — 1
- $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{-1}{\ln(x)}\right) = 0$, dus de grafiek van de inverse functie van *f* heeft een horizontale asymptoot met vergelijking $y = 0$ — 1
- $\lim\limits_{x\downarrow 1}\left(\dfrac{-1}{\ln(x)}\right) = -\infty$ (of $\lim\limits_{x\uparrow 1}\left(\dfrac{-1}{\ln(x)}\right) = \infty$), dus de grafiek van de inverse functie van *f* heeft een verticale asymptoot met vergelijking $x = 1$ — 1

Opmerking
Als de kandidaat bij het tweede antwoordelement van het eerste antwoordalternatief geen limiet gebruikt, maar een argument noemt als 'voor $x = 0$ is $\frac{1}{x}$ en dus f niet gedefinieerd', hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

14 **maximumscore 7**

- Een vergelijking van de raaklijn in P met x-coördinaat p is
  $y - e^{-\frac{1}{p}} = \frac{1}{p^2} \cdot e^{-\frac{1}{p}} \cdot (x - p)$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- De x-coördinaat van S is oplossing van de vergelijking
  $-e^{-\frac{1}{p}} = \frac{1}{p^2} \cdot e^{-\frac{1}{p}} \cdot (x - p)$ 1
- Dit geeft $x_S = -p^2 + p$ 1
- x_S is maximaal als $-2p + 1 = 0$ 1
- Dit geeft $p = \frac{1}{2}$ 1
- De maximale waarde van x_S is $\frac{1}{4}$ 1

of

- De raaklijn die de x-as snijdt in punt S met de grootste x-coördinaat is de raaklijn in het buigpunt van de grafiek van f 1
- $f''(x) = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot e^{-\frac{1}{x}} - \frac{2}{x^3} \cdot e^{-\frac{1}{x}}$ 1
- $f''(x) = 0$ geeft $\frac{1}{x^4} = \frac{2}{x^3}$ 1
- De x-coördinaat van het buigpunt is $\frac{1}{2}$ 1
- De y-coördinaat van het buigpunt is e^{-2} 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in het buigpunt is $4e^{-2}$ 1
- Hieruit volgt dat deze raaklijn de x-as snijdt voor $x = \frac{1}{4}$ (dus de maximale waarde van x_S is $\frac{1}{4}$) 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement van het eerste antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

Driehoek in cirkel

15 maximumscore 5

- In driehoek OAM geldt: $\tan(\alpha) = \dfrac{1}{OA}$ en $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ 1
- Hieruit volgt $OA = \dfrac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$ 1
- $x_A = \dfrac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \cdot \cos(\alpha)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\dfrac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \cdot \cos(\alpha) = \frac{1}{2}$ kan worden opgelost 1
- De gevraagde waarde van α is $51(°)$ 1

of

- In driehoek OAM geldt: $\sin(\alpha) = \dfrac{1}{OM}$ ofwel $OM = \dfrac{1}{\sin(\alpha)}$ 1
- Met A' de loodrechte projectie van A op de x-as geldt: $MA' = \sin(\alpha)$ 1
- $x_A = \dfrac{1}{\sin(\alpha)} - \sin(\alpha)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\dfrac{1}{\sin(\alpha)} - \sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ kan worden opgelost 1
- De gevraagde waarde van α is $51(°)$ 1

of

- Met A' de loodrechte projectie van A op de x-as geldt: $\tan(\alpha) = \dfrac{AA'}{OA'}$ 1
- In driehoek OAA' is $AA' = \frac{1}{2}\tan(\alpha)$ 1
- In driehoek MAA' is $AA' = \cos(\alpha)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{1}{2}\tan(\alpha) = \cos(\alpha)$ kan worden opgelost 1
- De gevraagde waarde van α is $51(°)$ 1

of

- Voor lijn k geldt: $y = ax$ dus voor punt A geldt: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a)$ 1
- Uit $rc_k = a$ volgt dat $rc_{AM} = -\frac{1}{a}$ en een vergelijking van de lijn door A en M is $y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2a}$ 1
- Het snijpunt van deze lijn met de x-as is $M\left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}, 0\right)$ en dan volgt (met behulp van de stelling van Pythagoras) $\left(\frac{1}{2}a^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = 1$ 1
- Beschrijven hoe hieruit de waarde $a = 1{,}24...$ gevonden kan worden 1
- De gevraagde waarde van α is $51(°)$ 1

of

- Er geldt: $\tan\left(\alpha\right) = \frac{y_A}{x_A} = \frac{y_A}{\frac{1}{2}} (= 2y_A)$ 1
- $\sin(\angle AMO) = \sin\left(90° - \alpha\right) = \frac{y_A}{1} (= y_A)$ 1
- Dus $\tan\left(\alpha\right) = 2 \cdot \sin(90° - \alpha)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\tan\left(\alpha\right) = 2 \cdot \sin(90° - \alpha)$ kan worden opgelost 1
- De gevraagde waarde van α is $51(°)$ 1

16 maximumscore 5

- $\angle BMA = (180° - \left(90° - \alpha\right) =)\ \alpha + 90°$ 1
- $\angle BMC = (\frac{1}{2}\angle BMA =)\ \frac{1}{2}\alpha + 45°$ 1
- Als α naar 0 nadert, nadert $\angle BMC$ naar $45°$ 1
- Met C' de loodrechte projectie van C op de x-as geldt: $CC' = \sin(\angle BMC)$. Dus (omdat $BM = 1$) de oppervlakte van driehoek MBC is $\frac{1}{2}\sin(45°)$ 1
- Als α naar 0 nadert, nadert de oppervlakte naar $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ (en dus is de gevraagde grenswaarde $\frac{1}{4}\sqrt{2}$) 1

5 Aanleveren scores

Verwerk per examinator in de applicatie Wolf:

– de scores van de alfabetische eerste vijf kandidaten voor wie het tweede-tijdvak-examen de eerste afname is én
– de scores van alle herkansende kandidaten.

Cito gebruikt beide gegevens voor de analyse van de examens. Om de gegevens voor dit doel met Cito uit te wisselen dient u ze uiterlijk op 25 juni te accorderen.

Ook na 25 juni kunt u nog tot en met 1 juli gegevens voor Cito accorderen. Deze gegevens worden niet meer meegenomen in de hierboven genoemde analyses, maar worden wel meegenomen bij het genereren van de groepsrapportage.

Na accordering voor Cito kunt u in Wolf de gegevens nog wijzigen om ze vervolgens vrij te geven voor het overleg met de externe corrector. Deze optie is relevant als u Wolf ook gebruikt voor uitwisseling van de gegevens met de externe corrector.

derde tijdvak
Ook in het derde tijdvak wordt de normering mede gebaseerd op door kandidaten behaalde scores. Wissel te zijner tijd ook voor al uw derde-tijdvak-kandidaten de scores uit met Cito via Wolf. Dit geldt **niet** voor de aangewezen vakken.